

۷۳- ناظری در فاصله‌ی یک متری از یک آینه‌ی تخت قرار دارد. تصویر درختی که در پشت سر ناظر است، از دید ناظر، تمام ارتفاع آینه را پر کرده است. اگر فاصله‌ی درخت از ناظر ۳۸ m و بلندی آینه ۵۰ cm باشد، ارتفاع درخت چند متر است؟ (آزمایشی سنش - ۸۷)

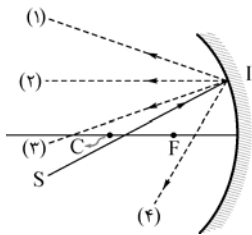
- ۱۹ (۱)      ۱۹/۵ (۲)      ۲۰ (۳)      ۲۰/۵ (۴)

۷۴- شخصی به فاصله‌ی ۵۰ سانتی‌متری از یک آینه‌ی تخت به مساحت ۱۰۰ سانتی‌مترمربع ایستاده است. این شخص چه مساحتی (برحسب سانتی‌متر مربع) از یک دیوار پشت سرش به فاصله‌ی ۲ متر از خودش را می‌تواند ببیند؟ (سراسری ریاضی - ۶۹)

- ۴۰۰ (۱)      ۶۰۰ (۲)      ۱۶۰۰ (۳)      ۳۶۰۰ (۴)

## واحد $cm^2$ آینه‌های کروی

### بازتاب نور از آینه‌های کروی

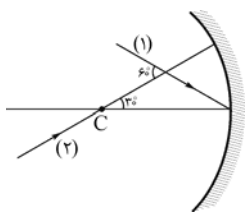


۷۵- در شکل مقابل، کدام پرتو می‌تواند بازتاب پرتو SI باشد؟ (آزمایشی آموزش و پرورش شهر تهران - ۹۰)

- ۱ (۱)  
۲ (۲)  
۳ (۳)  
۴ (۴)

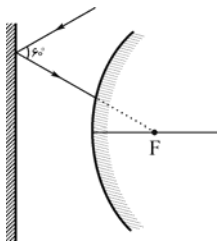
(سراسری ریاضی - ۷۸)

۷۶- یک دسته پرتو هم‌گرا به یک آینه‌ی کوژ (محدب) می‌تابد. بازتابش پرتوها .....  
(۱) الزاماً واگرا است.  
(۲) الزاماً هم‌گرا است.  
(۳) ممکن است هم‌گرا یا واگرا یا موازی باشد.  
(۴) الزاماً موازی است.



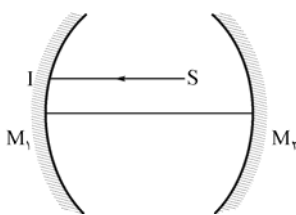
۷۷- در شکل مقابل، پرتوهای (۱) و (۲) پس از بازتاب از آینه‌ی کاو، چه وضعیتی نسبت به یکدیگر خواهند داشت؟

- ۱ هم‌گرا  
۲ واگرا  
۳ موازی  
۴ اظهار نظر قطعی ممکن نیست.



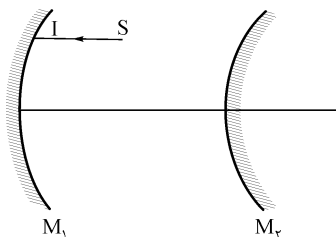
۷۸- در شکل مقابل، پرتو نوری پس از برخورد به یک آینه‌ی تخت قائم، به یک آینه‌ی محدب (با محور اصلی افقی) برخورد می‌کند. زاویه‌ی بازتاب پرتو از آینه‌ی محدب چند درجه است؟

- ۱۵ (۱)  
۳۰ (۲)  
۶۰ (۳)  
۹۰ (۴)



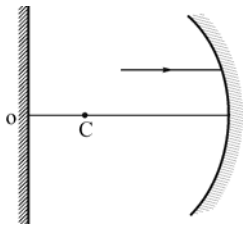
۷۹- پرتو باریک SI به موازات محور اصلی (مشترک)، به آینه‌ی  $M_1$  می‌تابد و پس از انعکاس از روی آینه‌ی دوم، روی خودش منعکس می‌شود. اگر فاصله‌ی کانونی آینه‌های  $M_1$  و  $M_2$  به ترتیب ۲۰ cm و ۳۰ cm باشد، فاصله‌ی دو آینه از یکدیگر چند سانتی‌متر است؟ (آزمایشی سنش - ۸۸)

- ۴۰ (۱)      ۷۰ (۲)  
۸۰ (۳)      ۱۰۰ (۴)



۸۰- در شکل مقابل، پرتو SI به موازات محور اصلی به آینه‌ی  $M_1$  می‌تابد و پس از بازتاب از آینه‌ی  $M_2$ ، روی خودش بازتابیده می‌شود. اگر فاصله‌ی کانونی آینه‌های  $M_1$  و  $M_2$  به ترتیب  $f_1$  و  $f_2$  باشد، فاصله‌ی دو آینه از یکدیگر کدام است؟ (محورهای اصلی دو آینه بر هم منطبقند.)

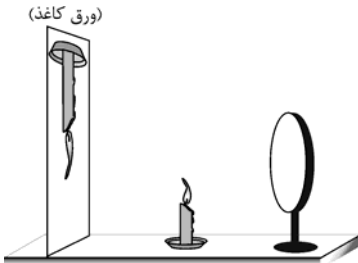
- ۱)  $f_1 + 2f_2$   
۲)  $f_1 - 2f_2$   
۳)  $f_1 + f_2$   
۴)  $f_1 - f_2$



۸۱- در شکل مقابل، پرتوی به موازات محور اصلی یک آینه‌ی کاو و با زاویه‌ی تابش  $20^\circ$  به آن می‌تابد. آینه‌ی تخت بلندی عمود بر محور اصلی آینه‌ی کاو قرار دارد. آینه‌ی تخت را چند درجه حول نقطه‌ی O (و در صفحه‌ی شکل) بچرخانیم تا پرتو تابشی روی خودش بازتاب کند؟ (C مرکز آینه‌ی کاو است).

- ۱ (۱) ۱۰  
۲ (۲) ۲۰  
۳ (۳) ۳۰  
۴ (۴) ۴۰

### تصویر در آینه‌های کروی



۸۲- در شکل روبه‌رو، آینه ..... است و جسم ..... قرار دارد. (آزمایشی سنپش - ۹۰)

- ۱) کاو - بین کانون و مرکز آینه  
۲) کاو - بین کانون و آینه  
۳) کوژ - بین کانون و مرکز آینه  
۴) کوژ - بین کانون و آینه

۸۳- تصویر یک شیء در آینه نسبت به همان شیء، مستقیم و کوچک‌تر از آن است. نوع آینه و تصویر آن کدام است؟ (آزاد تهری - ۸۷)

- ۱) محدب، مجازی      ۲) محدب، حقیقی      ۳) مقعر، مجازی      ۴) مقعر، حقیقی

۸۴- آینه‌ی مقعری از یک شمع که جلوی آن قرار دارد، تصویری حقیقی و بزرگ‌تر تشکیل داده است. اگر شمع را روی محور اصلی به محل این تصویر منتقل کنیم، تصویر جدید چگونه خواهد شد؟ (آزمایشی سنپش - ۸۴)

- ۱) مجازی و بزرگ‌تر از شمع      ۲) حقیقی و بزرگ‌تر از شمع      ۳) مجازی و کوچک‌تر از شمع      ۴) حقیقی و کوچک‌تر از شمع

۸۵- اگر شیئی از کانون تا مرکز آینه‌ی کاو (مقعر) جابه‌جا شود، تصویر آن از ..... جابه‌جا می‌شود. (آزمایشی سنپش - ۸۱)

- ۱) آینه تا کانون      ۲) کانون تا آینه      ۳) بی‌نهایت تا مرکز      ۴) مرکز تا بی‌نهایت

۸۶- یک شیء در فاصله‌ی ۲۴ سانتی‌متری آینه‌ی مقعری که فاصله‌ی کانونی آن ۱۲ سانتی‌متر است، قرار دارد. نوع تصویر و اندازه‌ی آن کدام است؟ (آزاد پژوهشی - ۸۸، نوبت عصر)

- ۱) حقیقی، کوچک‌تر از شیء      ۲) مجازی، برابر با شیء      ۳) حقیقی، برابر با شیء      ۴) مجازی، بزرگ‌تر از شیء

۸۷- جسمی را در چه فاصله‌ای از یک آینه‌ی مقعر به فاصله‌ی کانونی  $f$  باید قرار داد تا فاصله‌ی میان جسم و تصویر حقیقی آن حداقل باشد؟ (سراسری ریاضی - ۷۲)

- ۱)  $1/5f$       ۲)  $2f$       ۳)  $4f$       ۴)  $6f$

۸۸- می‌خواهیم به کمک آینه‌ی مقعر و یک چشمه‌ی نقطه‌ای نور، یک دسته پرتو هم‌گرا بسازیم که در فاصله‌ی بین آینه و چشمه به هم برسند. در این صورت، محل قرار دادن چشمه‌ی نور، کدام است؟ (سراسری ریاضی - ۷۶)

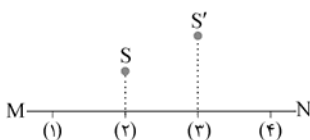
- ۱) بین کانون و مرکز آینه      ۲) بین آینه و مرکز      ۳) دورتر از مرکز آینه      ۴) نزدیک‌تر از کانون آینه

۸۹- یک دسته پرتو هم‌گرا پس از تابیدن به آینه‌ی مقعری، بازتاب کرده، تصویری می‌دهد. نوع این تصویر و محل آن چگونه است؟ ( $f$  فاصله‌ی کانونی است). (سراسری تهری - ۷۱)

- ۱) حقیقی - در فاصله‌ی  $2f$       ۲) مجازی - در فاصله‌ی  $2f$       ۳) حقیقی - بین کانون و آینه      ۴) مجازی - پشت آینه، به فاصله‌ی  $f$

۹۰- در شکل روبه‌رو، MN محور اصلی یک آینه‌ی کروی است و  $S'$  تصویر نقطه‌ی نورانی S در آینه است.

کدام یک از نقاط زیر ممکن است بر مرکز آینه منطبق باشد؟



- ۱ (۱) ۱  
۲ (۲) ۲  
۳ (۳) ۳  
۴ (۴) ۴

۹۱- آینه‌ی محدبی را رو به خورشید می‌گیریم. تصویر کوچکی از خورشید در  $30^\circ$  سانتی‌متری آینه تشکیل می‌شود. این تصویر ..... است و شعاع انحنای آینه ..... سانتی‌متر است. (سراسری تهری - ۸۷)

- ۱) حقیقی -  $30^\circ$       ۲) مجازی -  $30^\circ$       ۳) حقیقی -  $60^\circ$       ۴) مجازی -  $60^\circ$

۹۲- جسمی را از سطح یک آینه تا فاصله‌های دور جابه‌جا می‌کنیم. بیشترین فاصله‌ی تصویر آن از آینه  $30\text{ cm}$  می‌شود. نوع آینه و فاصله‌ی کانونی آن برحسب سانتی‌متر کدام است؟ (سراسری ریاضی - ۸۰)

- ۱) کوژ -  $30^\circ$       ۲) کوژ -  $15^\circ$       ۳) کاو -  $30^\circ$       ۴) کاو -  $15^\circ$

۹۳- اگر شمع روشنی را روی محور اصلی یک آینه‌ی محدب، از آینه تا فواصل دور جابه‌جا کنیم، تصویر ..... شمع از ..... جابه‌جا می‌شود.

- (۱) مجازی - آینه تا کانون  
(۲) حقیقی - آینه تا کانون  
(۳) مجازی - بی‌نهایت تا کانون  
(۴) حقیقی - بی‌نهایت تا کانون

(سراسری ریاضی - ۸۵)

۹۴- جسم کوچکی روی محور اصلی آینه‌ی مقعر جابه‌جا می‌شود. جهت حرکت تصویر در مقایسه با جهت حرکت جسم چگونه است؟

- (۱) پیوسته در جهت حرکت جسم  
(۲) پیوسته در خلاف جهت حرکت جسم  
(۳) تصویر حقیقی در خلاف جهت حرکت جسم و تصویر مجازی در جهت حرکت جسم  
(۴) تصویر حقیقی در جهت حرکت جسم و تصویر مجازی در خلاف جهت حرکت جسم

(سراسری تهری - ۸۲)

۹۵- اگر جسمی از مرکز آینه‌ی مقعر (کاو) حرکت و از آن دور شود، تصویر آن .....؟

(آزاد پزشکی - ۷۹، با ویرایش پزشکی ۱)

- (۱) به آینه نزدیک و بزرگ‌تر می‌شود.  
(۲) از آینه دور و کوچک‌تر می‌شود.  
(۳) به آینه نزدیک و کوچک‌تر می‌شود.  
(۴) از آینه دور و بزرگ‌تر می‌شود.

۹۶- اگر جسمی در فاصله‌ی رأس تا کانون آینه‌ی کاو، به آن نزدیک شود، تصویر آن چگونه حرکت می‌کند؟

- (۱) به آینه نزدیک و بزرگ‌تر می‌شود.  
(۲) به آینه نزدیک و کوچک‌تر می‌شود.  
(۳) از آینه دور و بزرگ‌تر می‌شود.  
(۴) از آینه دور و کوچک‌تر می‌شود.

(آزاد ریاضی - ۸۶، نوبت عصر)

۹۷- اگر شیئی از فاصله‌ی دور به تدریج به آینه‌ی محدب نزدیک شود، تصویر آن در آینه چگونه تغییر می‌کند؟

- (۱) از کانون دور و بزرگ‌تر می‌شود.  
(۲) به کانون نزدیک و بزرگ‌تر می‌شود.  
(۳) از کانون دور و کوچک‌تر می‌شود.  
(۴) به کانون نزدیک و کوچک‌تر می‌شود.

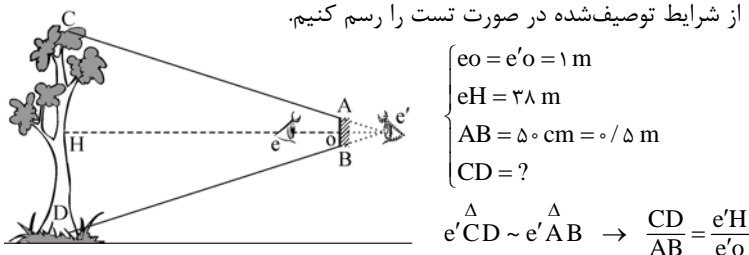
۹۸- جسمی را از فاصله‌ی نسبتاً دور تا نزدیکی کانون یک آینه‌ی مقعر، به‌طور یک‌نواخت به آینه نزدیک می‌کنیم. سرعت انتقال تصویر از سرعت

(آزاد تهری - ۶۸)

انتقال جسم بیشتر یا کم‌تر است؟

- (۱) ابتدا بیشتر و سپس کم‌تر  
(۲) ابتدا کم‌تر و سپس بیشتر  
(۳) همواره بیشتر  
(۴) همواره کم‌تر

۷۳- گزینه ۳» این تست را با استفاده از تاکتیک رسم میدان دید، حل می‌کنیم. چون اطلاعات عددی تست زیاد است، بهتر است آن‌ها را به شکل نمادین، در یک گوشه از صفحه بنویسیم و تصویری از شرایط توصیف‌شده در صورت تست را رسم کنیم.



$$e'H = e'e + eH = 2e'o + eH = 2 \times 1 + 38 = 40 \text{ m}$$

$$\frac{CD}{0.5} = \frac{40}{1} \rightarrow CD = 20 \text{ m}$$

۷۴- گزینه ۴» از شکل و نمادهای به‌کاررفته در پاسخ تست ۷۳، استفاده می‌کنیم. (یک لفظه فرض کن اون درفته، دیواره) طبق قضیه‌ی

تجانس، نسبت مساحت دو مثلث متشابه، برابر مجذور نسبت تشابه آن‌هاست؛ لذا:

$$\frac{S_{(CD)}}{S_{(AB)}} = \left(\frac{CD}{AB}\right)^2 = \left(\frac{e'H}{e'o}\right)^2$$

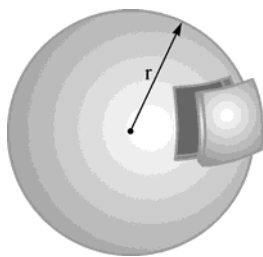
$$\text{از طرفی: } e'H = e'e + eH = 2e'o + eH = 2 \times 50 + 200 = 300 \text{ cm}$$

$$\text{بنابراین: } \frac{S_{(CD)}}{S_{(AB)}} = \left(\frac{300}{50}\right)^2 \rightarrow \frac{S_{(CD)}}{100} = 36 \rightarrow S_{(CD)} = 3600 \text{ cm}^2$$

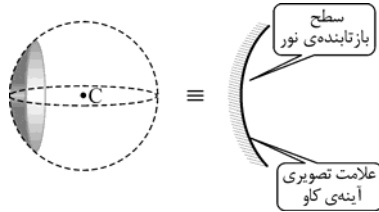
۷۵- گزینه ۳» فب دریگه بریم تو کار درس‌نامه‌ی یکی از مهم‌ترین مباحث فیزیک! به‌نام آینه‌های کروی.

## ۵ آینه‌های کروی

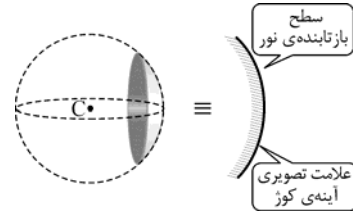
آینه‌های کروی قطعه‌ای از سطح یک کره هستند که سطح داخلی یا خارجی آن‌ها با استفاده از فلزاتی مثل نقره یا جیوه، صیقلی شده است (شکل ۳۱- الف). اگر سطح داخلی (سطح گود) آینه، بازتابنده‌ی نور باشد، آن را «آینه‌ی مقعر» یا «آینه‌ی کاو» و اگر سطح خارجی (سطح برجسته‌ی) آینه، بازتابنده‌ی نور باشد، آن را «آینه‌ی محدب» یا «آینه‌ی کوژ» می‌نامیم (شکل‌های ۳۱- ب و ۳۱- پ).



(الف)



(ب)



(پ)

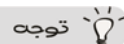
شکل ۳۱: الف) آینه‌ی کروی بخشی از سطح یک کره است. ب) در آینه‌ی کاو، قسمتی از سطح داخلی یک کره است. پ) در آینه‌ی کوژ، سطح بازتابنده، قسمتی از سطح خارجی یک کره است.



◀ حالا چند تعریف را وارد بحث خود می‌کنیم:

**مرکز آینه:** مرکز کره‌ای است که آینه بخشی از سطح آن است و آن را با نماد «C» نمایش می‌دهیم.

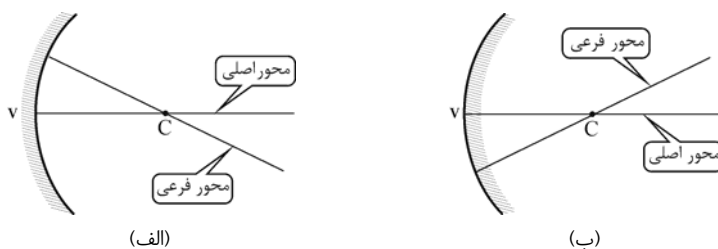
هم در آینه‌ی مقعر و هم در آینه‌ی محدب، مرکز آینه مقابل سطح گود آینه واقع است (ر.ک به شکل‌های ۳۱ - ب و ۳۱ - پ).



**شعاع آینه:** شعاع کره‌ای است که آینه بخشی از سطح آن است و اندازه‌ی آن را با «r» نشان می‌دهند.

**رأس آینه:** رأس آینه در وسط آینه قرار دارد و ما در این کتاب، آن را با «v» نشان می‌دهیم.<sup>۱</sup>

**محور آینه:** هر خطی که مرکز آینه را به سطح آینه وصل کند، «محور آینه» نام دارد. خطی که از مرکز آینه و رأس آن عبور می‌کند، «محور اصلی» و بقیه‌ی محورها را «محور فرعی» می‌نامیم (شکل ۳۲). پس هر آینه یک محور اصلی و بی‌شمار محور فرعی دارد.



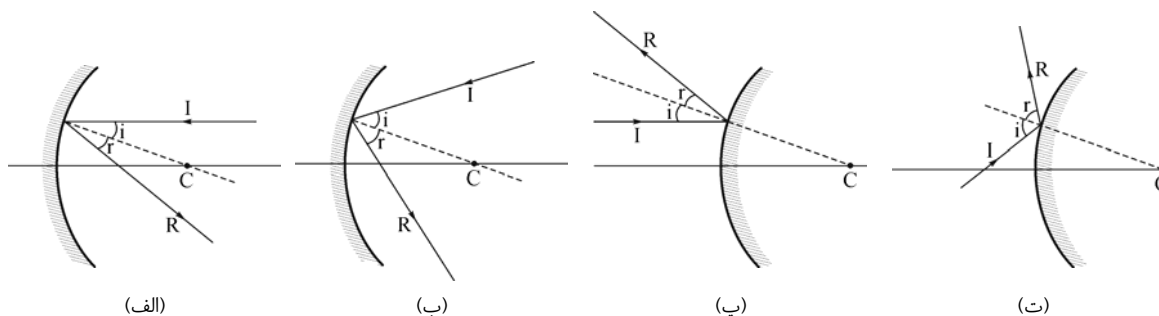
شکل ۳۲: محور آینه، خطی است که مرکز آینه را به آینه وصل می‌کند. محور اصلی، محور تقارن آینه است؛ محورهای دیگر فرعی‌اند.

یادداشت ریاضی شعاع دایره (یا کره) بر محیط دایره (یا سطح کره) عمود است.

هر خطی که عمود بر سطح یک آینه‌ی کروی رسم شود، خود یا امتدادش از مرکز آینه می‌گذرد و یکی از محورهای آینه به شمار می‌آید.

از مطالب بالا، می‌توان برای رسم پرتوهای بازتاب از سطح یک آینه‌ی کروی استفاده کرد. کافی است محوری از آینه را که از نقطه‌ی تابش می‌گذرد، رسم کنید. زاویه‌ی تابش، می‌شود زاویه‌ای که پرتو نور با این محور می‌سازد. (چرا؟) سپس پرتو بازتاب را با استفاده از قانون دوم بازتاب نور رسم کنید.

از راه کار فوق، برای رسم پرتو بازتاب در شکل‌های زیر استفاده کرده‌ایم. این شکل‌ها مال شما!



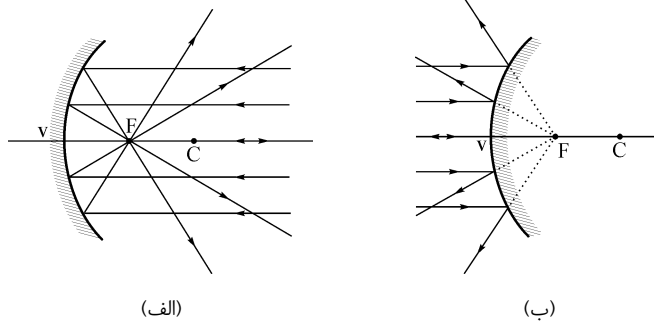
شکل ۳۳: زاویه‌های تابش و بازتاب در آینه‌های کروی، نسبت به محور فرعی گذرا از نقطه‌ی تابش سنجیده می‌شوند.

**کانون آینه:** هر گاه یک دسته پرتو به موازات محور اصلی یک آینه‌ی کروی بتابد، بازتاب آن‌ها (در آینه‌ی مقعر) یا امتداد بازتاب آن‌ها (در آینه‌ی محدب) از نقطه‌ی مشترکی به نام «کانون اصلی» عبور می‌کنند (شکل ۳۴). این نقطه‌ی مهم را با نماد «F» نشان می‌دهیم.<sup>۲</sup>



۱- کتاب درسی رأس آینه را با «S» نشان داده است و چون معمولاً از این نماد برای معرفی چشمه‌ی نور استفاده می‌شود، ما نماد معتبر دیگری را به کار گرفته‌ایم!

۲- یک آینه‌ی کروی بر روی هر کدام از محورهایش، یک کانون دارد که فقط به یکی از آن‌ها که روی محور اصلی است، «کانون اصلی» می‌گویند. البته، ما هم تحت تأثیر نیروی عادت، به جای عبارت «کانون اصلی» از کلمه‌ی «کانون» استفاده می‌کنیم.



**شکل ۳۴:** الف) پرتوهای موازی با محور اصلی آینه‌ی مقعر، پس از بازتاب از آینه، در کانون متمرکز می‌شوند. ب) پرتوهای موازی با محور اصلی آینه‌ی محدب، طوری بازتابیده می‌شوند که امتداد پرتوهای بازتاب از کانون عبور کند.

**فاصله‌ی کانونی:** فاصله‌ی رأس تا کانون آینه را «فاصله‌ی کانونی» آینه می‌گویند و آن را با « $f$ » نشان می‌دهند. فاصله‌ی کانونی آینه

تقریباً نصف شعاع آینه است:  $f = \frac{r}{2}$   $f = vF = \frac{vC}{2} \rightarrow$  (رابطه‌ی ۳)

**دکته ۱** 🔍 کانون آینه‌ی مقعر **حقیقی** است؛ چون محل گردهم‌آیی پرتوهای حقیقی بازتاب است و کانون آینه‌ی محدب **مجازی** است؛ چون محل تقاطع پرتوهای مجازی است.

**دکته ۲** 🔍 آینه‌ی مقعر، هم‌گرایی پرتوهایی را که به سطح آن می‌تابند، (بلافاصله پس از بازتاب) افزایش می‌دهد و آینه‌ی محدب واگرایی پرتوها را افزایش می‌دهد (کافی است دوباره به شکل ۳۴ نگاه کنید). اما آینه‌ی تخت حد اعتدال را نگه می‌دارد و تغییری در هم‌گرایی پرتوهای تابیده بر سطح آن ایجاد نمی‌کند!

🔹 از میان بی‌شمار پرتوی که ممکن است به سطح یک آینه‌ی کروی بتابند، سه پرتو در کانون توجهات ما قرار دارند. اهمیت این سه پرتو در آن است که رسم دقیق پرتو بازتاب آن‌ها بسیار ساده است و نیاز به ابزارهای کمکی هندسی (مثل نقاله) ندارد. این پرتوها در جدول‌های ۱ و ۲ تنظیم شده‌اند.

شماره‌ی حالت	(۱)	(۲)	(۳)
تصویر			
توضیح	پرتوی که به موازات محور اصلی بتابد، پس از بازتاب، از کانون می‌گذرد.	پرتوی که از کانون بگذرد، به موازات محور اصلی بازمی‌تابد. <sup>۱</sup>	پرتوی که از مرکز بگذرد، به روی خودش بازمی‌تابد. <sup>۲</sup>

جدول ۱: پرتوهای ویژه در آینه‌ی مقعر.

شماره‌ی حالت	(۱)	(۲)	(۳)
تصویر			
توضیح	پرتوی که به موازات محور اصلی بتابد، طوری بازمی‌تابد که امتدادش از کانون بگذرد.	پرتوی که امتدادش از کانون بگذرد، به موازات محور اصلی بازمی‌تابد.	پرتوی که امتدادش از مرکز بگذرد، روی خودش بازمی‌تابد.

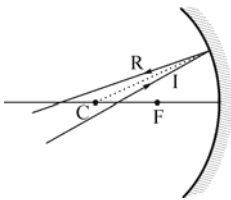
جدول ۲: پرتوهای ویژه در آینه‌ی محدب.



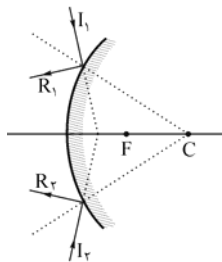
۱- حالت ۲ عکس حالت ۱ است و طبق اصل بازگشت‌پذیری نور، درک می‌شود.

۲- در این حالت، نور در امتداد شعاع آینه (عمود بر سطح آینه)، به آن می‌تابد؛ در نتیجه، زاویه‌ی تابش نور صفر است و پرتو نور روی خودش برمی‌گردد.

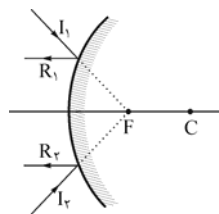
حل تست ۷۵: خطی که از مرکز آینه می‌گذرد، نیم‌ساز زاویه‌ی بین پرتوهای تابش و بازتاب است. با توجه به این مطلب، پرتو بازتاب از سطح آینه، مطابق شکل مقابل، رسم می‌شود؛ پس پرتو ۳ گزینه‌ی صحیح است.



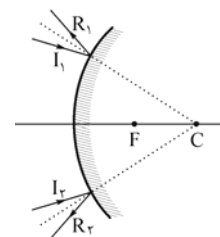
۷۶- گزینه‌ی «۳» یک دسته پرتو هم‌گرا به یک آینه‌ی کوژ می‌تابد، تنها نکته‌ای که می‌توان به‌طور قاطعانه در این مورد گفت، این است که «واگرایی پرتوها پس از بازتاب از سطح آینه‌ی کوژ، افزایش می‌یابد، حالا این‌که آیا واگرایی پرتوها به حدی است که آن‌ها را هم‌گرا یا موازی یا واگرا کند، با توجه به شیب پرتوها و شعاع آینه مشخص می‌شود. شکل‌های زیر درستی گزینه‌ی ۳ را بهتر نشان می‌دهند.



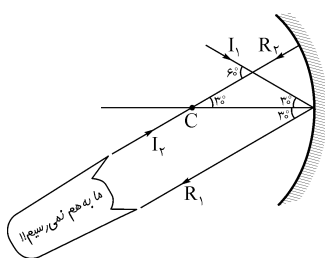
الف)  $R_1$  و  $R_2$  هم‌گرا هستند.



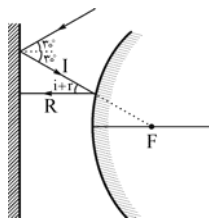
ب)  $R_1$  و  $R_2$  موازی‌اند.



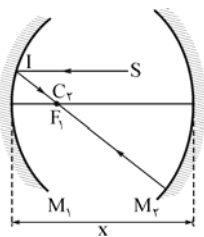
پ)  $R_1$  و  $R_2$  واگرا هستند.



۷۷- گزینه‌ی «۳» پرتو ۲ که از مرکز گذشته ( $I_2$ )، روی خودش برمی‌گردد؛ اون که هیچی! پرتو ۱ به رأس آینه تابیده است؛ در این شرایط، محور اصلی آینه نقش خط عمود بر سطح در نقطه‌ی تابش  $I_1$  را دارد و پرتو بازتاب ( $R_1$ ) تحت همان زاویه‌ای که پرتو  $I_1$  به آینه تابیده ( $30^\circ$ )، برمی‌گردد. مطابق شکل روبه‌رو، موازی بودن  $R_1$  و  $R_2$  آشکار است.



۷۸- گزینه‌ی «۱» در شکل روبه‌رو، پرتو I پس از برخورد به آینه‌ی محدب، موازی محور اصلی آن بازتاب می‌یابد (حالت ۲ جدول ۲). بنابراین، پرتو R در وضعیتی به شکل مقابل به راه خود ادامه می‌دهد. از روی شکل، مشخص است که:

$$i + r = 30^\circ \xrightarrow{(i=r)} 2r = 30^\circ \rightarrow r = 15^\circ$$


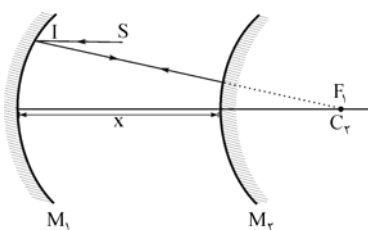
۷۹- گزینه‌ی «۳» مسیر پرتو SI را ردیابی می‌کنیم!

چون پرتو SI به موازات محور اصلی آینه‌ی  $M_1$  به آن می‌تابد، از کانون آینه‌ی  $M_1$  (یعنی  $F_1$ ) می‌گذرد (حالت ۱ جدول ۱). از سوی دیگر، چون پرتو بازتابیده از سطح آینه‌ی  $M_1$  پس از برخورد به آینه‌ی  $M_2$ ، از مسیر آمده برمی‌گردد، از مرکز آینه‌ی  $M_2$  می‌گذرد (حالت ۳ جدول ۱). پس آینه‌های  $M_1$  و  $M_2$  طوری در کنار هم گذاشته شده‌اند که کانون آینه‌ی  $M_1$  بر مرکز آینه‌ی  $M_2$  منطبق باشد. با این توضیح، فاصله‌ی دو آینه از یکدیگر ( $x$ ) برابر است با:

$$x = f_1 + r_2 = f_1 + 2f_2 = 20 + 2 \times 30 = 20 + 60 \rightarrow x = 80 \text{ cm}$$

۸۰- گزینه‌ی «۲» با همان استدلالی که در تست ۷۹ استرالیبریم (!)، باید کانون آینه‌ی اول ( $F_1$ )

منطبق بر مرکز آینه‌ی دوم ( $C_2$ ) باشد. پس پرتو باید مطابق شکل مقابل، حرکت کرده باشد و هر شکلی غیر از این شکل، محکوم به شکست است! (آله فکر می‌کنی پور دیگه‌ای ممکنه پرتو روی خودش برگرد، رسمش کن! یری نمی‌تونی!)



$$x = f_1 - r_2 \rightarrow x = f_1 - 2f_2$$

با توجه به شکل:

۸۱- گزینه‌ی «۴» باز هم مسیر پرتو را تعقیب می‌کنیم! پرتو پس از بازتاب از آینه‌ی مقعر، محور اصلی را در کانون قطع می‌کند و پس از برخورد به آینه، مسیر آمده را برمی‌گردد. حتماً نور به‌طور عمودی به آینه خورد و مسیری به شکل روبه‌رو را طی کرده است. با توجه به شکل، داریم:

$$\alpha + 40^\circ = 90^\circ \rightarrow \alpha = 50^\circ$$

$$\alpha + \beta = 90^\circ \rightarrow 50^\circ + \beta = 90^\circ \rightarrow \beta = 40^\circ$$

(همان‌طور که می‌بینید، در چنین شرایطی، زاویه‌ی انحراف آینه از خط قائم، یعنی  $\beta$ ، برابر زاویه‌ی بین پرتو تابش و بازتاب است. چرا؟)

۸۲- گزینه‌ی «۱» واقعاً قراره با درس‌نامه‌ی مهمی روبه‌رو شوید! شما را به مطالعه‌ی دقیق آن سفارش می‌کنم!


**۶ تصویر در آینه‌های کروی**

برای به‌دست آوردن تصویر یک نقطه از جسمی که جلوی آینه‌ی کروی قرار دارد، کافی است حداقل ۲ پرتو تابش از آن نقطه به آینه رسم کنید. (این پرتوها را از پرتوهای ویژه انتخاب می‌کنیم تا کارمون راحت‌تر جلو بره!) اگر پرتوهای بازتابیده از سطح آینه هم‌گرا باشند، یکدیگر را در جلوی آینه قطع کرده و تصویری حقیقی از نقطه به‌وجود می‌آورند و چنان‌چه پرتوهای بازتابیده واگرا باشند، نقطه‌ی برخورد امتداد آن‌ها در پشت آینه، جایگاه تشکیل تصویر مجازی از آن نقطه خواهد بود. مطمئن باشید تمام پرتوهایی که از نقطه‌ی مادی بر سطح آینه فرود می‌آیند، در محل تصویر گرد هم می‌آیند. (لازم به ذکر است که تصویر نقاطی که روی محور اصلی آینه قرار دارند، روی همان محور شکل می‌گیرد.)

• نوع تصویری که آینه‌ی مقعر از جسم روبه‌روی آن ارائه می‌دهد، به موقعیت مکانی جسم بستگی دارد و در ۶ حالت عنوان‌شده در جدول ۳ فهرست می‌شود. (p معرف فاصله‌ی جسم تا رأس آینه و q معرف فاصله‌ی تصویر تا رأس آینه است.)

حالت	موقعیت جسم (AB)	شکل با رسم پرتوها	ویژگی‌های تصویر (A'B')	شکل بدون رسم پرتوها
۱	فاصله‌ی کانونی ( $p < f$ )		۱- مجازی ۲- مستقیم ۳- بزرگ‌تر ۴- پشت آینه	
۲	روی کانون ( $p = f$ )		تصویر در بی‌نهایت	
۳	بین کانون و مرکز ( $f < p < r$ )		۱- حقیقی ۲- وارونه ۳- بزرگ‌تر ۴- دورتر از مرکز	
۴	روی مرکز ( $p = r$ )		۱- حقیقی ۲- وارونه ۳- هم‌اندازه ۴- روی مرکز	
۵	دورتر از مرکز ( $p > r$ )		۱- حقیقی ۲- وارونه ۳- کوچک‌تر ۴- بین کانون و مرکز	
۶	بی‌نهایت ( $p \rightarrow \infty$ )		۱- حقیقی ۲- وارونه ۳- کوچک‌تر ۴- روی کانون	

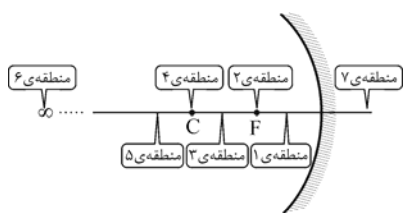
جدول ۳: مشخصات تصویر در آینه‌های مقعر.





**نکته ۱**

یک نکته‌ی خیلی باحال برای این که حالت‌های نشان داده شده در جدول ۳ را راحت‌تر به خاطر بسپاریم! همان‌گونه که در جدول ۳ دیدید، مناطق (یا نقاط) جلوی آینه را به ترتیب فاصله از آینه، از ۱ تا ۶ شماره‌گذاری کردیم. با این حساب، اگر آینه‌ی مقعری رو به شهرداری برید، احتمالاً مثل شکل ۳۵، فضای اطراف اون رو براتون منطقه بندری می‌کنه!! مجموع مناطق تشکیل جسم و تصویر برابر ۸ است! یعنی اگر جسم در فاصله‌ی کانونی (منطقه‌ی ۱) باشد، تصویر آن در پشت آینه (منطقه‌ی ۷) تشکیل می‌شود ( $7+1=8$ )! اگر جسم بین کانون و مرکز باشد (منطقه‌ی ۲)، تصویر آن دورتر از مرکز (منطقه‌ی ۵) تشکیل می‌شود ( $5+2=7$ )! و قس علی هذا! نکته‌ی فوشگلی پورا نه! (آدم دوست داره گزش بگیره!!!)



شکل ۳۵: مجموع شماره‌های مناطق قرارگیری جسم و تصویر در شکل بالا، برابر ۸ است.

شکل ۳۵: مجموع شماره‌های مناطق قرارگیری جسم و تصویر در شکل بالا، برابر ۸ است.



«ندان پزشکان برای دیدن دهان بیمار، از آینه‌ی مقعر استفاده می‌کنند! (حالت ۱ جدول ۳)»

نوع تصویری که آینه‌ی محدب از جسم مقابل آن می‌دهد، فارغ از موقعیت مکانی جسم، همواره به صورت مجازی، مستقیم، کوچک‌تر و در فاصله‌ی کانونی (و در یک حالت استثنایی، روی کانون) آینه تشکیل می‌شود. شما رو با جدول ۴ تنها می‌ذارم!

حالت	موقعیت جسم (AB)	شکل با رسم پرتوها	ویژگی‌های تصویر (A'B')	شکل بدون رسم پرتوها
۱	هر جایی به غیر از $\infty$ ( $p \neq \infty$ )		۱- مجازی ۲- مستقیم ۳- کوچک‌تر ۴- در فاصله‌ی کانونی	
۲	بی‌نهایت ( $p \rightarrow \infty$ )		۱- مجازی ۲- مستقیم ۳- کوچک‌تر ۴- روی کانون	

جدول ۴: مشخصات تصویر در آینه‌های محدب.

با دقت در جدول‌های ۳ و ۴، می‌توان به نتایج مهم زیر دست یافت:

**نتیجه ۱**

آینه‌ی مقعر فقط در صورتی که جسم در فاصله‌ی کانونی باشد، تصویر مجازی از آن تشکیل می‌دهد (حالت ۱)؛ اما آینه‌ی محدب همیشه از جسم مقابل خود، تصویر مجازی ارائه می‌دهد.

**نتیجه ۲** آینه‌ی مقعر از جسمی که مقابل آن قرار دارد، نمی‌تواند تصویری در فاصله‌ی کانونی ایجاد کند؛ برعکس، آینه‌ی محدب فقط می‌تواند در این فضا تصویری از جسم تشکیل دهد.

**نتیجه ۳** در تمام آینه‌ها، تصویر مجازی، هم‌جهت با جسم (به‌طور مستقیم)، در پشت آینه و تصویر حقیقی، خلاف جهت قرارگیری جسم (به‌طور وارون) در جلوی آینه تشکیل می‌شود.

**نتیجه ۴** برای مقایسه‌ی بزرگی جسم و تصویر آن، می‌توان به فاصله‌ی آن‌ها از رأس آینه توجه کرد. اونی بزرگ‌تره که فاصله‌ش دورتره! (زود، تند، سریع، سه‌بار پشت سرهم بگو؛ دورتره بزرگ‌تره!!!)

**۱** خیلی مهمه که ما بتونیم حالت تشکیل تصویر در آینه را به‌سرعت تشخیص دهیم. علت این‌که در جدول‌های ۳ و ۴، قسمتی را به عنوان «شکل بدون رسم پرتوها» قرار دادیم، این بود که بدون مزاحمت پرتوها، راحت‌تر بتونیم تصویرهای ایجادشده در حالت‌های مختلف را به ذهن بسپاریم. سه نمونه با من؛ بقیه‌ش با شما.

**نمونه ۱** در بخشی از یکی از تست‌های کنکور (سراسری ریاضی - ۷۳)، می‌خوانیم: «جسمی به طول ۸ cm، بین کانون و رأس یک آینه‌ی کروی قرار دارد. تصویر جسم به طول ۸۰ cm و به فاصله‌ی ۴۵ سانتی‌متری آینه دیده می‌شود». حالا زود، تند، سریع، می‌خواهیم نوع آینه و ویژگی‌های تصویر آن را مشخص کنیم! چون تصویر بزرگ‌تر از جسم است، آینه از نوع مقعر است (تصویر در آینه‌ی محدب، همواره مجازی و کوچک‌تر از جسم است) و چون جسم در فاصله‌ی کانونی آینه قرار دارد، تصویر آن به‌صورت مجازی و مستقیم در پشت آینه تشکیل می‌شود (حالت ۱ جدول ۳).

**نمونه ۲** در بخشی از یکی از تست‌های کنکور (آزاد تجربی - ۷۶)، می‌خوانیم: «یک آینه‌ی کروی به شعاع R، از یک شیء تصویری می‌دهد که نسبت به شیء، مستقیم و طولش نصف آن است». چون تصویر نسبت به شیء، مستقیم است، مجازی است. از این‌که تصویر، مجازی است، می‌فهمیم که آینه یا محدب است، یا مقعر، یا تخت!!! از بین این سه، فقط آینه‌ی محدب می‌تواند جسم را ریزتر نشان دهد!

**نمونه ۳** «شفه‌ی با دیرن فودش در آینه، دپار فودبزرگ بینی می‌شود!!!» تصویر مجازی در داخل آینه‌ها، قابل دیدن است. اگر تصویر یک جسم در داخل آینه‌ی کروی، در هر شرایطی قابل دیدن باشد (یا تصویری کوچک‌تر از جسم در داخل آینه دیده شود)، آن آینه محدب است و اگر تصویر یک جسم فقط در فاصله‌های نزدیک به آینه (در فاصله‌ی کانونی)، در داخل آینه قابل مشاهده باشد (یا بتوان تصویری بزرگ‌تر از جسم را داخل آینه دید)، آن آینه مقعر است. با این حساب، اگر شفه‌ی با دیرن فودش در آینه، دپار فودکوچک بینی شود، آن آینه از نوع مقعر و اگر دپار فودهمان بینی شود، آن آینه از نوع تخت و اگر دپار فودبزرگ بینی شود، آن آینه از نوع مقعر است!!!

**تمرین** با توجه به شرایط عنوان‌شده در هر یک از وضعیت‌های زیر، نوع آینه و حالت تشکیل تصویر را در آن معین کنید.  
۱- یک آینه از یک جسم حقیقی، تصویری مجازی داده است که طول آن چهار برابر جسم است.

(بفشی از تست کنکور سراسری تجربی - ۷۸)

۲- جسمی به فاصله‌ی ۱۰ سانتی‌متر از آینه‌ای کروی قرار دارد و از آن تصویری مجازی در فاصله‌ی ۲۰ سانتی‌متری آینه تشکیل می‌شود.  
(بفشی از تست کنکور آزاد پزشکی - ۷۲)

۳- فاصله‌ی کانونی یک آینه‌ی کروی، f، بزرگ‌نمایی خطی آن (نسبت طول تصویر به طول جسم)  $\frac{1}{4}$  و تصویر آن نسبت به جسم، مستقیم است.  
(بفشی از تست کنکور آزاد پزشکی - ۷۶)

۴- در یک آینه‌ی کروی، تصویر نسبت به جسم معکوس و بزرگ‌نمایی خطی آینه ۲ است.  
(بفشی از تست کنکور آزاد ریاضی - ۷۸)

۵- توسط یک آینه‌ی کروی، تصویر خورشید را روی پرده انداخته‌ایم.  
(بفشی از تراوش‌های ذهنی بنده‌ها)

اما پاسخ تست ۸۲؛ تصویری که روی صفحه‌ی کاغذ تشکیل می‌شود، حقیقی است. آینه‌ی محدب (کوژ) از تشکیل تصویر حقیقی ناتوان است. پس آینه از نوع کاو (مقعر) است. چون تصویر، بزرگ‌تر از جسم است (هم‌چنین در فاصله‌ی دورتری از آینه قرار دارد)، جسم بین کانون و مرکز قرار دارد و نوع تصویرسازی آینه با توجه به حالت ۳ جدول ۳، توجیه می‌شود. (جسم در منطقه‌ی ۳ است و تصویر در منطقه‌ی ۱۵)

۸۳- گزینه‌ی «۱» تست رو و ل کن، فورث په طوری ۱۱۶

۸۴- گزینه‌ی «۴» چون در ابتدا، تصویر بزرگ‌تر از جسم است، جسم بین کانون و مرکز و تصویر آن دورتر از مرکز قرار دارد (حالت ۳ جدول ۳). وقتی شمع به محل تصویر منتقل می‌شود، دورتر از مرکز واقع می‌شود (حالت ۵ جدول ۳) و تصویر آن به صورت حقیقی و کوچک‌تر بین کانون و مرکز آینه شکل می‌گیرد.

۸۵- گزینه‌ی «۳» برای حل این نوع تست‌ها، مکان تصویر را در ابتدا و انتهای مسیر حرکت جسم مشخص می‌کنیم.

- وقتی جسم بر روی کانون قرار دارد، تصویر آن در بی‌نهایت تشکیل می‌شود (حالت ۲ جدول ۳).

- وقتی جسم بر روی مرکز قرار می‌گیرد، تصویر آن در همان نقطه تشکیل می‌شود (حالت ۴ جدول ۳). بنابراین، تصویر از بی‌نهایت تا مرکز جابه‌جا می‌شود.

۸۶- گزینه‌ی «۳» نیازی به استفاده از روابط ریاضی نیست؛ چون جسم روی مرکز قرار گرفته، تصویری حقیقی و هم‌اندازه با جسم ایجاد

می‌شود (حالت ۴ جدول ۳). به بیان دیگر:  $f = ۱۲ \text{ cm} \rightarrow r = ۲f = ۲۴ \text{ cm}$   
 $p = ۲۴ \text{ cm} \Rightarrow p = r$  (حالت ۴ را در بایم!)  $\Rightarrow$

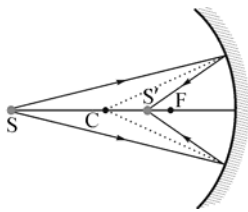
۸۷- گزینه‌ی «۲» اگر جسم روی مرکز آینه (به فاصله‌ی  $۲f$  از آینه) قرار بگیرد، تصویر آن به طور حقیقی و وارون در همان نقطه شکل می‌گیرد

(حالت ۴ جدول ۳). در این صورت، فاصله‌ی جسم و تصویر آن به حداقل مقدار ممکن، یعنی به صفر، می‌رسد. (مراقل تر از صفر، فاصله‌ای داریم!)

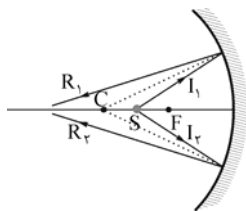
۸۸- گزینه‌ی «۳» پرتوها پس از بازتاب از سطح آینه به هم می‌رسند و تصویری حقیقی از چشمه به وجود می‌آورند. پس می‌توانیم خواسته‌ی تست را این‌گونه مطرح کنیم:

«چشمه‌ی نقطه‌ای S در چه منطقه‌ای قرار بگیرد تا تصویر حقیقی آن در فاصله‌ی بین S و آینه تشکیل شود؟»

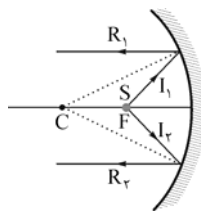
پاسخ: دورتر از مرکز (مطابق شکل روبه‌رو؛ حالت ۵ جدول ۳).



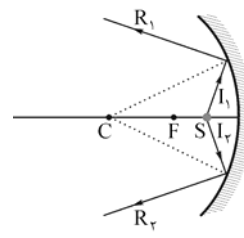
نحوه‌ی جهت‌گیری پرتوهای تابیده از یک چشمه‌ی نور نقطه‌ای، پس از بازتاب از سطح یک آینه‌ی مقعر، به موقعیت مکانی چشمه بستگی دارد و مطابق یکی از سه حالت نشان‌داده‌شده در شکل ۳۶ است.



(الف)



(ب)



(پ)

شکل ۳۶. الف) اگر چشمه دورتر از کانون باشد، پرتوهای بازتاب هم‌گرا می‌شوند. ب) اگر چشمه روی کانون باشد، پرتوهای بازتاب

به صورت موازی منتشر می‌شوند. پ) اگر چشمه در فاصله‌ی کانونی باشد، پرتوهای بازتاب به صورت واگرا منتشر می‌شوند.

۸۹- گزینه‌ی «۳» گام اول: آینه‌ی مقعر، هم‌گرایی پرتوها را پس از بازتاب افزایش می‌دهد. پس اگر

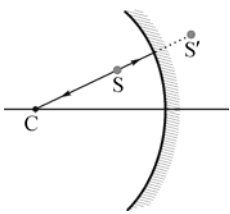
یک دسته پرتو هم‌گرا به آینه‌ی مقعر بتابد، پس از بازتاب، هم‌گرا می‌شوند و صد درصد در جلوی آینه به هم می‌رسند؛ نتیجه‌ی این همایش، تشکیل تصویر حقیقی در جلوی آینه است!

گام دوم: پرتوهای بازتابیده از آینه، در فاصله‌ی رأس تا کانون (فاصله‌ی کانونی آینه) به هم می‌رسند و تصویر را در آن‌جا تشکیل می‌دهند؛ برای اثبات این موضوع، به یک دلیل قیاسی روی می‌آورم. اگر پرتوهایی به موازات محور اصلی آینه‌ی مقعر به آن بتابند، پس از بازتاب از سطح آینه، یکدیگر را در کجا قطع می‌کنند؟ کاملاً صحیح است! این پرتوها مطابق شکل الف، در کانون به هم می‌رسند. حالا اگر این پرتوها به صورت هم‌گرا به سطح آینه برخورد کنند، در کدام ناحیه گرد هم می‌آیند؟ دقیقاً! این پرتوها مطابق شکل ب، در فاصله‌ی بین کانون و رأس آینه به هم

می‌رسند (در شکل‌های رسم شده:  $i_2 > i_1 \xrightarrow{(i=F)} i_2 > i_1$ ).

**پرسش از شما:** «آقا مکه گفتی آینهی مقعر در فاصله‌ی کانونی تصویر تشکیل نمی‌دهد؟ پس بی‌شده! چه پوری این پوری شده! تو رو فردا ما رو از تاریکی دربیاری!!!»

**پاسخ از ما:** ببین! این حرف درباره‌ی جسمی گفته شد که بدون هیچ واسطه‌ای روبه‌روی آینه‌ی مقعر قرار گرفته است. در این صورت، تمام پرتوهایی که از یک نقطه‌ی جسم به آینه می‌تابند، واگرا هستند و شرایطی مشابه آن چه در تست ۸۹ گفته شده، اصلاً پیش نمی‌آید. به همین ترتیب، اگر پرتوهای تابیده به یک آینه‌ی محدب، هم‌گرا باشند، تصویر آن ممکن است در هر جایی تشکیل شود به‌جز فاصله‌ی کانونی آینه! (خودتون با رسم شکل، درستی این جمله را تحقیق کنید. *تفقیقات عالی مستر ۱۳۴*)



**۹۰- گزینه‌ی «۱»** یکی از پرتوهای ویژه‌ای که در رسم تصویر یک نقطه به کار می‌رود، پرتوی است که خود یا امتدادش از مرکز آینه گذشته و روی خودش بازمی‌تابد. تصویر باید روی این پرتو یا در امتداد آن باشد. (حالت ۳ جدول ۱ و نیز حالت ۱ جدول ۳ رو دوباره ببینید؛ بعد برگردید همین‌جا) بنابراین، نقاط S، C و S' روی یک خط واقعند.

خطی که یک نقطه را به تصویرش در آینه‌ی کروی وصل می‌کند، محور اصلی آینه را در مرکز آن قطع می‌کند. **نتیجه**

**۹۱- گزینه‌ی «۴»** می‌خواهیم شم فیزیکی خود را تقویت کنیم و بدون محاسبات ریاضی، به پاسخ برسیم. من از شما سؤال می‌کنم و جای

شما جواب می‌دم! (پراً فسته نباشید!!)

**من:** خورشید کجاست؟

**شما:** اون بالاست!

**من:** پ نه پ نه پ!!! می‌فواستی زیر زمین باشه!!! منظورم اینه که فاصله‌ش تا زمین چه قدره؟

**شما:** فیلی زیارا!

**من:** آه IQ فیلی زیار که عدد نشر!!! باید بگی فاصله‌ش تا زمین بی‌نهایت!

**شما:** بی‌نهایت نیست!! ۴۹,۶۰۰,۰۰۰ کیلومتره!!

**من:** آه پُکُل!!! (همون کپلیه که شما می‌گیرید، یک‌زره غلیظ‌تر!!!) این فاصله از نظر فیزیکی، بی‌نهایت! حتی اگه جسم در فاصله‌ی صدمتری یک آینه‌ی کروی به فاصله‌ی کانونی چند سانتی‌متر (به متر نرسه!) قرار داشته باشه، اصطلاحاً می‌گیم فاصله‌ی جسم تا آینه بی‌نهایت. خب؛ حالا اگه جسم در بی‌نهایت باشه، تصویرش کجا تشکیل می‌شه؟

**شما:** طبق حالت ۲ جدول ۴، روی کانون تشکیل می‌شه.

**من:** آخرین! من هر فرم رو پس می‌گیرم! شما نه IQت پایینه؛ نه پُکُل هستی!!! تازه! چون سؤال من رو درست جواب داری، فایزت اینه که بری کوچه با دوستات بازی کنی!! فقط آب‌بازی کنی که از گناهان تابش‌شورنی مسموب می‌شه!!!

دیالوگ ما به سر رسید غلاغه به فونش نرسید!!!

خب؛ از دیالوگ دوطرفه‌ی بالا(۱)، نتیجه می‌گیریم که فاصله‌ی کانونی آینه ۳۰ cm و شعاع آن ۶۰ cm است:  $r = 2f = 2 \times 30 \rightarrow r = 60 \text{ cm}$  راجع به مجازی بودن تصویر هم که لازم نیست باهاتون دیالوگ برقرار کنم!؟

**۹۲- گزینه‌ی «۱»** باز هم فورم با فورم (با وکالت از طرف شما) دیالوگ برقرار می‌کنم!!

**من:** اگر آینه‌ی یادشده، مقعر (کاو) باشد، بیشترین فاصله‌ی تصویر از آینه چه قدر می‌شود؟

**فودم (۱):** بی‌نهایت؛ و این در صورتی است که جسم روی کانون قرار بگیرد.

**باز هم من (۱):** آخرین به فورم!! پس، آینه‌ی مطرح‌شده در صورت تست، حتماً کوژ (محدب) است. حالا یک پرسش دیگه: بیشترین فاصله‌ای که تصویر جسم می‌تواند از آینه‌ی محدب داشته باشد، چه قدر است؟

**باز هم فودم (۱):** فاصله‌ی کانونی؛ و این در صورتی است که جسم در بی‌نهایت باشد.

با توجه به مطالب فوق، عدد مطرح‌شده در صورت تست، معرف فاصله‌ی کانونی آینه است:

$$f = 30 \text{ cm}$$



۱- برای مثال، اگر بر سر راه پرتوهای تابیده از یک چشمه‌ی نور نقطه‌ای، یک ذره‌بین قرار دهیم و آن‌ها را هم‌گرا کنیم، این پرتوها پس از بازتاب از سطح آینه‌ی مقعر، تصویری حقیقی در فاصله‌ی کانونی آینه ایجاد می‌کنند.



۹۳- گزینه‌ی «۱» خب؛ از این‌جا به بعد، اگر با معادلات ریاضی حاکم بر آینه‌ها آشنا باشید، بهتر و مطمئن‌تر می‌توانید تست‌ها را حل کنید.



### ۷ روابط ریاضی حاکم بر آینه‌های کروی

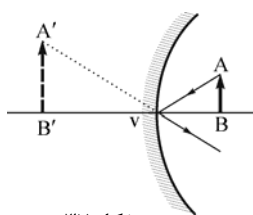
اگر فاصله‌ی جسم تا آینه را با  $p$  و فاصله‌ی تصویر تا آینه را با  $q$  و فاصله‌ی کانونی آینه را با  $f$  نشان دهیم، ثابت می‌شود که بین این سه کمیت، رابطه‌ی مقابل برقرار است:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

معادله‌ی فوق به «معادله‌ی آینه» مشهور است. در هنگام استفاده از رابطه‌ی فوق، باید کمیت‌های  $p$ ،  $f$  و  $q$  را با علامت جبری + یا - وارد کنید. شعار ما این است: «آن‌چه حقیقی است: +» آن‌چه مجازی است: -!! البته، برای جسمی که روبه‌روی آینه قرار دارد (جسم حقیقی)،  $p$  همواره مثبت است.<sup>۱</sup> اگر تصویر حقیقی باشد،  $q > 0$  و اگر تصویر مجازی باشد،  $q < 0$  است. اگر کانون آینه، حقیقی باشد (آینه‌ی مقعر)،  $f > 0$  و اگر کانون آینه، مجازی باشد (آینه‌ی محدب)،  $f < 0$  است. در ضمن، با جای‌گذاری  $p$  و  $f$  در معادله‌ی اصلی، اگر  $q > 0$  شد، تصویر حقیقی است و اگر  $q < 0$  شد، تصویر مجازی است. در هنگام جاگذاری  $q$  و  $f$  (برای محاسبه‌ی  $p$ )، خیلی باید حواستون رو جمع کنید! هر اشتباهی در این زمینه، به پاسخ نادرستی برای  $p$  منجر می‌شود که احتمالاً در یکی از گزینه‌ها قرار دارد! برای به حداقل رساندن امکان خطا، می‌توانید اندازه‌های  $q$  و  $f$  را در معادله‌ی اصلی قرار دهید و علامت آن‌ها را به پشت کسر متناظر با آن‌ها انتقال دهید.<sup>۲</sup> در این صورت، معادله‌ی اصلی آینه‌ها به شکل رابطه‌ی ۴ نوشته می‌شود:

$$\frac{1}{p} \pm \frac{1}{q} = \pm \frac{1}{f} \quad (\text{رابطه‌ی ۴})$$

۱ به «نسبت طول تصویر به طول جسم»، «بزرگ‌نمایی خطی» می‌گوییم و آن را با « $m$ » نشان می‌دهیم. اگر مطابق شکل ۳۷، طول



شکل ۳۷

$$m = \frac{A'B'}{AB} \quad (\text{رابطه‌ی ۵})$$

جسم را با  $AB$  و طول تصویر آن در آینه را با  $A'B'$  نشان دهیم، خواهیم داشت:

از تشابه دو مثلث  $vAB$  و  $vA'B'$  در شکل ۳۷، می‌توانیم به رابطه‌ی زیر (که برای همه‌ی آینه‌های کروی و همه‌ی حالت‌ها برقرار است) برسیم:

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{q}{p} \quad \frac{A'B'}{AB} = \frac{B'v}{Bv} \rightarrow$$

بنابراین، می‌توان بزرگ‌نمایی خطی را از «نسبت فاصله‌ی تصویر تا آینه به فاصله‌ی جسم تا آینه» حساب کرد (رابطه‌ی ۶).

$$m = \frac{q}{p} \quad (\text{رابطه‌ی ۶})$$

جدول ۵ نحوه‌ی به‌کارگیری رابطه‌ی ۴ را نشان می‌دهد.

توجه

نوع آینه	نوع تصویر	وضعیت تصویر	بزرگ‌نمایی	مقایسه‌ی $p$ و $f$	معادله‌ی آینه
مقعر	حقیقی	وارون	$m > 1$ یا $m < 1$ یا $m = 1$	$p > f$	$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$
	مجازی	مستقیم	$m > 1$	$p < f$	$\frac{1}{p} - \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$
محدب	مجازی	مستقیم	$m < 1$	$p = f$ یا $p < f$ یا $p > f$	$\frac{1}{p} - \frac{1}{q} = -\frac{1}{f}$

جدول ۵: معادله‌ی اصلی آینه‌های کروی در حالت‌های مختلف.



۱- مگه جسم مجازی هم داریم؟! بله! راجع به مفهوم جسم مجازی، در پاسخ یکی از تست‌ها سخن خواهیم گفت! برای چنین اجسامی، علامت  $p$ ، منفی در نظر گرفته می‌شود؛ منتها با این اجسام (در محدوده‌ی کتاب درسی و کنکور)، سروکار نداریم!

۲- در ریاضیات، عبارتی مانند  $a \pm b = \pm c$ ، بیانگر ادغام دو رابطه‌ی  $a + b = c$  و  $a - b = -c$  است. ما در این‌جا به نیت ساده‌سازی معادله‌ی آینه‌ها، این علامت‌ها را وارد کرده‌ایم و اعتراف می‌کنیم که از قوانین ریاضی، نافرمانی کرده‌ایم!

**نتیجه ۱** طبق رابطه ۶، هرگاه بزرگنمایی آینه بزرگتر از واحد باشد ( $m > 1$ )، تصویر، در مقایسه با جسم، در فاصله‌ی دورتری از آینه قرار دارد ( $q > p$ ) و هرگاه بزرگنمایی آینه کوچکتر از واحد باشد ( $m < 1$ )، تصویر، در مقایسه با جسم، به آینه نزدیکتر است ( $q < p$ ). این شد همان نتیجه‌ی ۴ درس‌نامه‌ی ۶! (دورتره، بزرگ‌تره!) وضعیت  $m = 1$  هم که با این توضیحات مشخص است!

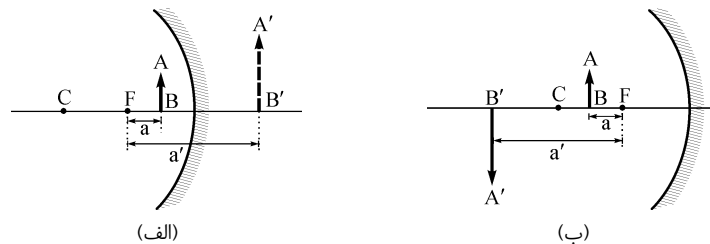
**نتیجه ۲** طبق رابطه ۴، اگر جسم به آینه بچسبد ( $p = 0$ )، تصویر هم به آینه می‌چسبد ( $q = 0$ ).<sup>۱</sup> در این شرایط، بزرگنمایی آینه برابر واحد است. ( $m = 1$ ؛ چرا؟!؛ بنابراین، تمام آینه‌ها در یک حالت مثل آینه‌ی تخت رفتار می‌کنند و آن، حالتی است که جسم به آینه بچسبد؛ در این صورت، تصویر مجازی مستقیم و هم‌اندازه با جسم، در پشت آینه تشکیل می‌شود.

اگر کانون آینه را مبدأ سنجش فاصله‌ها انتخاب کنیم و فاصله‌ی جسم تا کانون را با  $a$  و فاصله‌ی تصویر آن از کانون را با  $a'$  نشان دهیم (شکل ۳۸)، رابطه ۷ برقرار است:

$$f^2 = aa'$$

(رابطه ۷)

این رابطه به «رابطه‌ی نیوتون» موسوم است. (این نیوتون، این یا هم دست از سر ما بر نمی‌داره!!!)



شکل ۳۸: در فرمول نیوتون،  $a$  و  $a'$  به ترتیب بیانگر فاصله‌های جسم و تصویر تا کانون هستند.



$$m = \frac{f}{a}$$

(رابطه ۸)

می‌توان ثابت کرد که بزرگنمایی آینه با فاصله‌ی جسم تا کانون آینه رابطه‌ی مقابل را دارد:

$$m = \frac{a'}{f}$$

از تلفیق رابطه‌های ۷ و ۸، می‌توان به رابطه‌ی مقابل رسید:

حفظ کردن این رابطه واجب نیست؛ چون به سرعت می‌توان آن را به دست آورد و هم‌چنین به اندازه‌ی رابطه‌ی ۸ کاربرد ندارد.

**نتیجه ۳** با توجه به رابطه ۸، هر چه جسم به کانون نزدیکتر باشد ( $a \downarrow$ )، تصویرش بزرگ‌تر است ( $m \uparrow$ ). به بیان دیگر، بزرگی تصویر با فاصله‌ی جسم از کانون، نسبت عکس دارد.

$$a = f \rightarrow m = 1$$

**نتیجه ۴** طبق رابطه ۸، اگر جسم به آینه چسبیده باشد، آن‌گاه:

یعنی طول تصویر با طول جسم هم‌اندازه می‌شود (در نتیجه‌ی ۲ همین درس‌نامه هم گفته بودیم!)



$$\frac{1}{p} \pm \frac{1}{q} = \pm \frac{1}{f} \quad (\text{عدد ثابت})$$

$$\infty \pm \frac{1}{q} = \pm \frac{1}{f} \rightarrow q = 0$$

۱- اگر  $p = 0$  را در رابطه ۴ قرار دهیم، خواهیم داشت:

هر عددی غیر از  $q = 0$ ، سمت چپ تساوی را  $\infty$  می‌کند؛ پس قاعدتاً باید  $q = 0$  باشد.



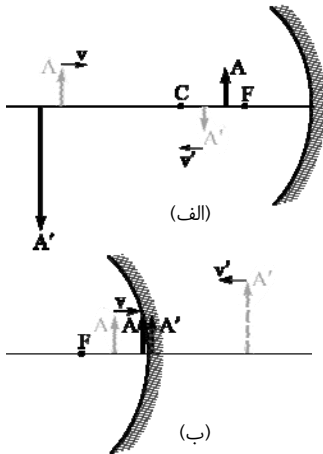
حل تست ۹۳: **گام اول:** وقتی شمع به آینه می‌چسبد، تصویرش را مماس بر سطح خود می‌بیند.

**گام دوم:** وقتی شمع در فاصله‌ی بسیار دور ( $\infty$ ) از آینه‌ی محدب قرار می‌گیرد، تصویر آن بر روی کانون تشکیل می‌شود (حالت ۲ جدول ۴). بد نیست این واقعیت را به صورت ریاضی ثابت کنیم:

$$\text{در آینه‌ی محدب: } \frac{1}{p} - \frac{1}{q} = -\frac{1}{f} \xrightarrow{(p=\infty)} \frac{1}{\infty} - \frac{1}{q} = -\frac{1}{f} \rightarrow -\frac{1}{q} = -\frac{1}{f} \rightarrow \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \rightarrow q = f$$

**گام سوم:** با توجه به دو گام قبلی، نتیجه می‌گیریم که تصویر از آینه تا کانون آینه جابه‌جا می‌شود که این منطقه، تمام محدوده‌ی ممکن برای تصویرسازی آینه‌ی محدب از جسم روبه‌روی خود را پوشش می‌دهد. لازم به توضیح نیست که تصویر جسم در هر فاصله‌ای، به صورت مجازی است.

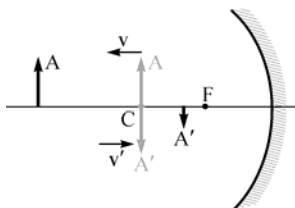
**۹۴- گزینه‌ی «۲»** برای حرکت جسم طی دو مرحله‌ی زیر، تفاوت قائل می‌شویم:



**۱) جسم در فاصله‌ی بی‌نهایت ( $\infty$ ) تا کانون آینه جابه‌جا می‌شود:** در این صورت، تصویر حقیقی جسم در جلوی آینه تشکیل می‌شود و هنگامی که جسم از فاصله‌ی بسیار دور ( $\infty$ ) تا کانون جابه‌جا می‌شود، تصویر آن از کانون تا  $\infty$  منتقل می‌شود. در چنین شرایطی، هر چه جسم به آینه نزدیک‌تر می‌شود، تصویرش از آینه دورتر می‌شود (شکل الف) و برعکس. پس تا این جای کار، گزینه‌های ۲ یا ۳ می‌توانند صحیح باشند.

**۲) جسم در فاصله‌ی کانون تا رأس آینه جابه‌جا می‌شود:** در این صورت، تصویر مجازی جسم در پشت آینه تشکیل می‌شود و هنگامی که جسم از کانون تا رأس آینه جابه‌جا می‌شود، تصویر آن از فاصله‌ی بی‌نهایت تا رأس آینه منتقل می‌شود. همان‌طور که در شکل ب نشان داده‌ایم، در این حالت، با وجودی که جسم و تصویرش، هر دو به آینه نزدیک می‌شوند، اما در خلاف جهت یکدیگر حرکت می‌کنند (گزینه‌ی ۲).

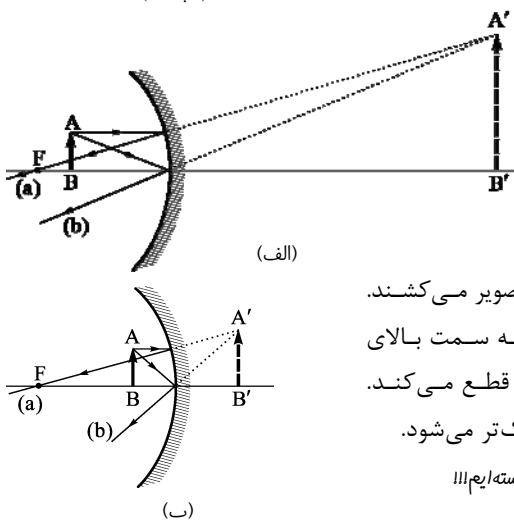
**نتیجه** هنگامی که یک جسم در راستای محور اصلی یک آینه حرکت می‌کند، تصویر آن در خلاف جهت حرکت جسم جابه‌جا می‌شود.<sup>۱</sup>



**۹۵- گزینه‌ی «۳»** **اه مل اول:** وقتی جسم بر روی مرکز قرار دارد، تصویر آن نیز در همان نقطه و هم‌اندازه با جسم تشکیل می‌شود (حالت ۴ جدول ۳). وقتی جسم دورتر از مرکز (نسبت به آینه) واقع می‌شود، تصویری کوچک‌تر از جسم و در فاصله‌ی کانون تا مرکز آینه تشکیل می‌شود (حالت ۵ جدول ۳). با این حساب، مطابق شکل مقابل، تصویر به آینه نزدیک و کوچک‌تر شده است.

**اه مل دوم:** در مدتی که جسم از آینه دور می‌شود، تصویر حقیقی‌اش در خلاف جهت جسم حرکت می‌کند و به آینه نزدیک می‌شود. از طرفی، با دور شدن جسم از آینه، فاصله‌اش تا کانون افزایش می‌یابد و مطابق رابطه‌ی ۸، بزرگ‌نمایی آینه کاهش می‌یابد؛ به این مفهوم که طول تصویر به تدریج کاهش می‌یابد. با استفاده از زبان ریاضی، می‌نویسیم:

$$p = f + a \xrightarrow[(f: \text{ثابت})]{(p \uparrow)} a \uparrow \xrightarrow[(m = \frac{f}{a})]{(m \downarrow)} m \downarrow \xrightarrow[(AB: \text{ثابت})]{(m = \frac{A'B'}{AB})} A'B' \downarrow$$



**۹۶- گزینه‌ی «۲»** می‌خواهیم یکی از مهم‌ترین تست‌های آموزشی این فصل را پاسخ دهیم. بر اساس این اهمیت، آن را از سه راه، حل می‌کنیم؛ به هر سه‌ی آن‌ها توجه کنید!

**اه مل اول (روش هندسی):** شکل‌های الف و ب، شرایط عنوان‌شده در صورت تست را به تصویر می‌کشند. مطابق شکل‌ها، زمانی که جسم به آینه نزدیک می‌شود، امتداد پرتو  $b$  با شیب بیشتری به سمت بالای محور اصلی اوج می‌گیرد و امتداد پرتو  $a$  را در فاصله‌ی نزدیک‌تری نسبت به آینه قطع می‌کند. بنابراین، تصویر نقطه‌ی  $A$  از محور اصلی ارتفاع کم‌تری می‌گیرد و تصویر جسم کوچک‌تر می‌شود.

**اه مل دوم (روش نیوتون):** *پرا نیوتون به گردن ما فیلی حق دراره!! همه‌ی ما سر سفره‌ی نیوتون نشسته‌ایم!!!*

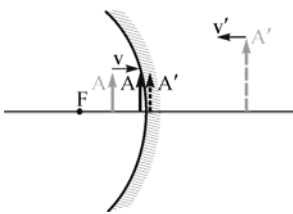
۱- این نتیجه برای تمام آینه‌ها و تمام حالت‌های تشکیل تصویر برقرار است. برای به خاطر سپاری آن، می‌توانید نحوه‌ی حرکت تصویرتان در آینه‌ی تخت را در ذهنتان مجسم کنید. وقتی به آینه نزدیک می‌شوید، تصویر در جهت مخالف حرکت می‌کند و به آینه نزدیک می‌شود و وقتی از آینه دور می‌شوید، تصویر در جهت مخالف حرکت می‌کند و از آینه دور می‌شود.

طبق رابطه‌ی ۷، وقتی جسم در فاصله‌ی کانونی به آینه نزدیک می‌شود، فاصله‌اش تا کانون افزایش می‌یابد؛ در نتیجه، تصویر به آینه نزدیک می‌شود:

$$f \downarrow = aa' \xrightarrow{(f: \text{ثابت})} a' \downarrow \xrightarrow{(a'=q+f)} q \downarrow$$

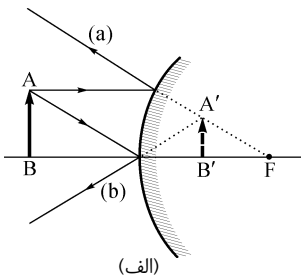
طبق رابطه‌ی ۸، افزایش فاصله‌ی جسم تا کانون، منجر به کاهش طول تصویر می‌شود:

$$m = \frac{f}{a} \xrightarrow{(f: \text{ثابت})} m \downarrow \xrightarrow{(m = \frac{A'B'}{AB})} A'B' \downarrow$$



راه حل سوم (استفاده از حالت مدی): با تمام احترامی که به نیوتون (اَرَفَعِ ا... دَرَبَاتُهُ) قائلیم، باید اذعان کنم این راه بهترین راه است!!! وقتی گفته می‌شود، جسم در فاصله‌ی کانونی به آینه نزدیک می‌شود، آن قدر جسم را به آینه نزدیک کنید تا جسم به آینه بچسبند! (یعنی تا آفرش بریزد!!!) وقتی جسم به آینه می‌چسبند، تصویری هم‌اندازه با جسم بر سطح آینه شکل می‌گیرد. بنابراین، تصویر، مطابق شکل مقابل، به آینه نزدیک و کوچک‌تر می‌شود.

۹۷- گزینه‌ی «۱» مثل تست ۹۶ از سه راه، حل کنید و جوابتون رو با ما مقایسه کنید!



راه حل اول (روش هندسی): به شکل‌های الف و ب نگاه کنید! حرکت جسم به سمت آینه با افزایش شیب پرتو b و تلاقی پرتوهای a و b در ارتفاع بالاتری از محور اصلی همراه است. بنابراین، حرکت جسم به سمت آینه باعث نزدیک شدن تصویر به آینه (دور شدن از کانون) و افزایش طول تصویر (A'B') می‌شود.

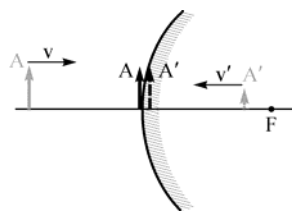
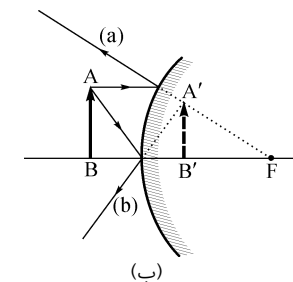
راه حل دوم (روش نیوتون): وقتی جسم به آینه‌ی محدب نزدیک می‌شود، فاصله‌اش تا کانون کاهش می‌یابد (a ↓)؛ دقت کنید که کانون آینه‌ی محدب در پشت آینه قرار دارد. طبق فرمول نیوتون:

$$f \downarrow = aa' \xrightarrow{(f: \text{ثابت})} a' \uparrow$$

پس فاصله‌ی تصویر تا کانون (a') افزایش می‌یابد.

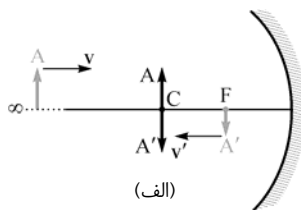
از طرفی، طبق رابطه‌ی ۸، کاهش فاصله‌ی جسم تا کانون، باعث افزایش طول تصویر می‌شود:

$$m = \frac{f}{a} \xrightarrow{(f: \text{ثابت})} m \uparrow \xrightarrow{(m = \frac{A'B'}{AB})} A'B' \uparrow$$

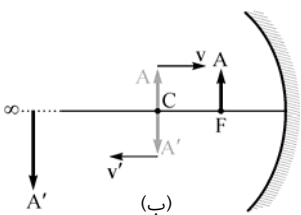


راه حل سوم (استفاده از حالت مدی): وقتی جسم در فاصله‌ی معینی از آینه‌ی محدب قرار دارد، تصویر مجازی و کوچک‌تر از آن در پشت آینه تشکیل می‌شود. اگر جسم تا منتهای به نزدیک شدن به آینه پیش برود (!) و به آینه بچسبند، تصویری هم‌اندازه با جسم در سطح آینه تشکیل می‌شود. برای تصویر چه اتفاقی افتاده؟ بله! به آینه نزدیک (از کانون دور) و بزرگ‌تر شده است.

۹۸- گزینه‌ی «۲» (راه حل اول): حرکت جسم و تصویر را در دو وضعیت متفاوت بررسی می‌کنیم.



گام اول: وقتی جسم از فاصله‌ی بسیار دور (∞) تا مرکز آینه جابه‌جا می‌شود، تصویر آن، فاصله‌ی بسیار محدود کانون تا مرکز را می‌پیماید. بنابراین، در مدت زمانی که جسم مثل پلنگ (!) فاصله‌ی بسیار طولانی ∞ تا مرکز را طی می‌کند، تصویر آن مثل یک لاک‌پشت چرتی (!) مسافت نسبتاً کوتاهی را از کانون تا مرکز پشت‌سر می‌گذارد (شکل الف). بنابراین، چون در مدت زمان برابر، جابه‌جایی تصویر بسیار کم‌تر از جسم بوده است، سرعت حرکت تصویر به مراتب کم‌تر از سرعت حرکت جسم است.



گام دوم: در مدتی که جسم از مرکز تا نزدیکی کانون جابه‌جا می‌شود، تصویر آن از مرکز تا فاصله‌های بسیار دور نقل مکان می‌کند (شکل ب). واضح است که در این حالت، سرعت حرکت تصویر به مراتب، بیشتر از سرعت حرکت جسم است.





۱۸ه مل دوم: ابتدا، به متن آموزشی زیر توجه بفرمایید. (ورود افراد زیر ۱۸ سال به متن زیر، اکیداً ممنوع است!!)

**رابطه‌ی سرعت حرکت تصویر و سرعت حرکت جسم (۱۸+)**

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

معادله‌ی آینه‌ی مقعر را در حالتی که تصویری حقیقی از جسم مقابل آن ارائه داده است، زیر نظر بگیرید:

$$-\frac{1}{p^2} \left( \frac{dp}{dt} \right) - \frac{1}{q^2} \left( \frac{dq}{dt} \right) = 0$$

از طرفین معادله‌ی فوق، نسبت به زمان، مشتق می‌گیریم. چون  $f$  عدد ثابتی است، خواهیم داشت:

$$\frac{dq}{dt} = -\left(\frac{q}{p}\right)^2 \times \left(\frac{dp}{dt}\right)$$

از بازآرایی معادله‌ی فوق، به معادله‌ی روبه‌رو می‌رسیم:

دانش‌آموزان دوره‌ی پیش‌دانشگاهی می‌دانند که مشتق مکان تصویر نسبت به زمان  $\left(\frac{dq}{dt}\right)$  برابر سرعت حرکت تصویر ( $v'$ ) و مشتق مکان جسم

$$\boxed{|v'| = m^2 |v|} \rightarrow \boxed{v' = -m^2 v} \begin{cases} v' = \frac{dq}{dt} \\ v = \frac{dp}{dt} \end{cases} \Rightarrow v' = -\left(\frac{q}{p}\right)^2 \times v \rightarrow$$

نسبت به زمان  $\left(\frac{dp}{dt}\right)$  برابر سرعت حرکت جسم ( $v$ ) است. بنابراین:

این رابطه، یک رابطه‌ی کلی است و ربطی به نوع آینه و نوع تصویر ندارد.

طبق رابطه‌ی  $v' = -m^2 v$ ، سرعت حرکت تصویر ( $v'$ ) در خلاف جهت سرعت حرکت جسم ( $v$ ) است. **نتیجه ۱**

اگر بزرگ‌نمایی آینه  $\left[ \begin{matrix} \text{کوچک‌تر} \\ \text{بزرگ‌تر} \end{matrix} \right]$  از یک باشد، اندازه‌ی سرعت حرکت تصویر  $\left[ \begin{matrix} \text{کم‌تر} \\ \text{بیشتر} \end{matrix} \right]$  از اندازه‌ی سرعت حرکت جسم خواهد بود. **نتیجه ۲**

$$\begin{aligned} & \text{اگر } m < 1 \rightarrow |v'| < |v| \\ & |v'| = m^2 |v| \\ & \text{اگر } m > 1 \rightarrow |v'| > |v| \end{aligned}$$

اگر در مدت حرکت یک‌نواخت جسم، بزرگ‌نمایی آینه  $\left[ \begin{matrix} \text{افزایش} \\ \text{کاهش} \end{matrix} \right]$  یابد، حرکت تصویر به‌صورت  $\left[ \begin{matrix} \text{تندشونده} \\ \text{کندشونده} \end{matrix} \right]$  خواهد بود. **نتیجه ۳**

نتیجه‌ی ۲ متن بالا را به زبان ساده‌تر، می‌توان این‌طور عنوان کرد: بین جسم و تصویر، اون‌ی که بزرگ‌تره، سرعتش بیشتره! با این حساب، شعر سابقمان را این‌طور کامل می‌کنیم و همه با هم می‌فوانیم: «دورتره، بزرگ‌تره! بزرگ‌تره، سریع‌تره!» (همه با صدای بلند تکرار کنند!! کسی بی‌کار نشینه!! دستا شله!!! در ضمن، مراسم عروسی، نامزدی و ... می‌تونیم گرمی‌بخش مفعل شما باشیم!!!)

با توجه به مطالب فوق، تا وقتی که جسم به مرکز آینه نرسیده، تصویر کوچک‌تر از جسم است و کندتر از آن؛ در مدت انتقال جسم از مرکز تا کانون، تصویر بزرگ‌تر از جسم است و سریع‌تر از آن. دیدید چه ساده شد؟! **نتیجه ۴**