

- چهارضلعی حاصل از وصل کردن وسطهای اضلاع  
- نقطه‌ی هم‌مرسی ارتفاع‌ها در مثلث (صفحه‌ی ۴)

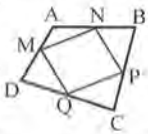
۱۲- کامل کنید:

دورنقه	مربع	لوزی	مستطیل	متوازی‌الاضلاع	چهارضلعی محدب دلخواه	چهارضلعی
						شکل حاصل از وصل کردن وسطهای اضلاع به طور متوالی به هم

۱۳- وسطهای اضلاع یک مربع به ضلع  $a$  را به طور متوالی به هم وصل کرده‌ایم. ثابت کنید چهارضلعی حاصل مربع است و اندازه‌ی ضلعش هم  $\frac{\sqrt{2}}{2}a$  است.

۱۴- وسطهای اضلاع یک مستطیل به طول  $\sqrt{6}$  را به طور متوالی به هم وصل کرده‌ایم. اگر محیط چهارضلعی حاصل ۶ باشد، عرض این مستطیل چه قدر است؟

۱۵- وسطهای اضلاع چهارضلعی محدب  $ABCD$  را به طور متوالی به هم وصل کرده‌ایم. ثابت کنید:

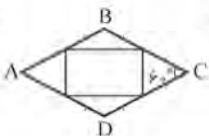


الف) چهارضلعی  $MNPQ$  که حاصل می‌شود، متوازی‌الاضلاع است.

ب)  $S_{MNPQ} = \frac{1}{4}S_{ABCD}$

ج) محیط  $MNPQ$  برابر مجموع قطرهای  $ABCD$  است.

۱۶- وسطهای اضلاع یک لوزی را به طور متوالی به هم وصل کرده‌ایم. ثابت کنید چهارضلعی حاصل مستطیل است. اگر  $\hat{C} = 60^\circ$  و طول ضلع لوزی  $a$  باشد، طول و عرض مستطیل را به دست آورید.



۱۷- موقعیت قرار گرفتن نقطه‌ی هم‌مرسی ارتفاع‌ها را مشخص کنید.

منفرجه‌الزاویه	قائم‌الزاویه	حاده‌الزاویه	نوع مثلث
			محل هم‌مرسی ارتفاع‌ها

۱۸- با استفاده از قضیه‌ی کسینوس‌ها ثابت کنید:

$$\widehat{A} > 90^\circ \iff a^2 > b^2 + c^2 \quad (\text{الف})$$

$$\widehat{A} < 90^\circ \iff a^2 < b^2 + c^2 \quad (\text{ب})$$

اگر  $a$ ، بزرگ‌ترین ضلع مثلث بوده باشد، با اثبات رابطه‌های بالا، چگونه می‌توانید نوع مثلث را از روی اندازه‌های ضلع‌هایش تعیین کنید؟  
(قائم‌الزاویه است، تمام‌الزاویه حاده‌اند، یا دارای زاویه‌ی منفرجه می‌باشد.)

۱۹- در هر مورد مشخص کنید محل هم‌مرسی ارتفاع‌های مثلث، کجا قرار دارد؟ (درون مثلث، خارج مثلث یا روی رأس مثلث)

$$BC = 4/5, \quad AC = \frac{3}{4}, \quad AB = 4 \quad (\text{الف})$$

$$BC = 1, \quad AC = \frac{1}{4}, \quad AB = \frac{\sqrt{3}}{4} \quad (\text{ب})$$

$$BC = 9, \quad AC = 8, \quad AB = 6 \quad (\text{ج})$$

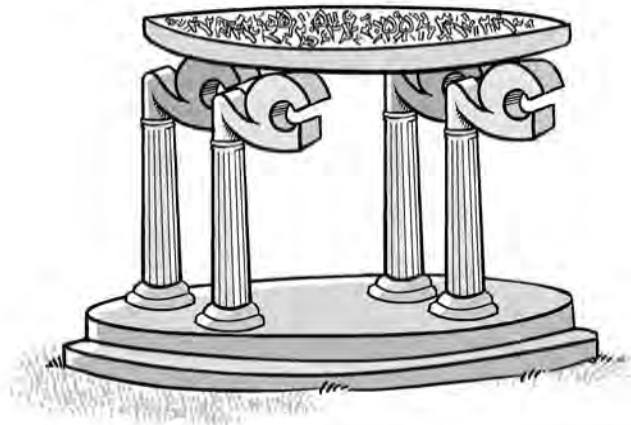
فقط با چهار تا ۴، همیشه اعداد ۱ تا ۱۰۰ را ساخت، مثلاً:

$$۲۶ = ۴! + ((۴ + ۴) \div ۴)$$

$$۴۸ = ۴۴ + \sqrt{۴} + \sqrt{۴}$$

$$۸۶ = ۴۴ \times \sqrt{۴} - \sqrt{۴}$$

استفاده از رادیکال، ممیز، فاکتوریل و چهار عمل اصلی آزاد است. حالا شما ۳۷، ۸۳، ۶۷ و ۱۰۰ را بسازید.



- تعداد قطرهای در  $n$  ضلعی محدب  
 - مجموع زوایای داخلی و خارجی در  $n$  ضلعی محدب (صفحه ۹ و ۱۰)

۲۰- کامل کنید:

هرگاه دو رأس غیر مجاور در یک چندضلعی ..... را به وسیله یک پاره‌خط به هم وصل کنیم، ..... آن به دست می‌آید.

۲۱- در کدام چندضلعی، تعداد قطرهای ۷ برابر تعداد اضلاع است؟

۲۲- کامل کنید:

الف) از هر رأس یک ۱۷ ضلعی محدب، ..... قطر می‌گذرد.

ب) تعداد قطرهای و اضلاع یک  $n$  ضلعی محدب، روی هم می‌شود .....

ج) مجموع زوایای داخلی هر  $n$  ضلعی محدب می‌شود .....

د) مجموع زوایای خارجی هر  $n$  ضلعی محدب می‌شود .....

۲۳- حساب کنید:

الف) هر زاویه داخلی یک ۴۵ ضلعی منتظم:

ب) اندازه هر زاویه خارجی یک ۱۵ ضلعی منتظم:

۲۴- تعداد قطرهای یک  $n$  ضلعی محدب برابر  $20$  است. مجموع زاویه‌های داخلی و خارجی این  $n$  ضلعی را حساب کنید.

۲۵- نسبت تعداد اقطار یک  $2n$  ضلعی به تعداد اقطار یک  $n$  ضلعی برابر  $7$  است. مجموع زوایای داخلی و خارجی این  $n$  ضلعی چند درجه است؟

۲۶- تعداد قطرهای یک  $n$  ضلعی منتظم،  $(4-2n)$  تا از تعداد اضلاع آن بیشتر است. هر زاویه داخلی این  $n$  ضلعی چه قدر است؟

۲۷- تعداد قطرهای یک  $(2n+1)$  ضلعی،  $43$  تا از قطرهای یک  $2n$  ضلعی بیشتر است. تعداد قطرهای گذرنده از یک رأس  $(n-5)$  ضلعی کدام است؟

۲۸- آیا جمله زیر درست است؟ چرا؟

اگر یک  $n$  ضلعی محدب، سه زاویه داخلی  $60^\circ$  داشته باشد، آن‌گاه آن چندضلعی، حتماً مثلث متساوی‌الاضلاع است.

۲۹- در یک ۱۵ ضلعی، از ۳ رأس  $A, B, C$  روی هم چند قطر می‌گذرد؟

- ۳۰- تعداد قطرهای یک  $(3n+2)$  ضلعی، ۱۱۱ تا بیشتر از قطرهای یک  $(2n+3)$  ضلعی است. در این صورت:
- الف) تعداد قطرهای  $(5n+1)$  ضلعی چه قدر از تعداد قطرهای  $(n+1)$  ضلعی کم تر است؟
- ب) مجموع زوایای داخلی  $2n$  ضلعی چه قدر است؟

هشت وزیر را در خانه‌های شطرنج طوری قرار دهید که هیچ کدام دیگری را تهدید نکند!  
راستی اگه فکر می‌کنید، امکان ندارد، سخت در اشتباهید! این مسئله ۹۲ جواب دارد.



- استدلال استنتاجی

- چهارضلعی‌های حاصل از تلاقی نیمسازهای داخلی (صفحه‌های ۱۱ و ۱۲)
- قضیه‌های شرطی و دوشروطی و مثال نقض
- نقطه‌های هم‌رسی عمودنصف‌های مثلث (صفحه‌های ۱۴ تا ۱۸)

۳۱- در روش استدلال استنتاجی از ..... استفاده می‌کنیم.

۳۲- در قضیه‌های شرطی به جمله‌ای که بعد از «اگر» می‌آید، ..... و به جمله‌ای که بعد از «آن‌گاه» می‌آید، ..... می‌گوییم.

۳۳- قضیه را تعریف کنید.

۳۴- در جملات زیر فرض و حکم را مشخص کنید:

الف) اگر مثلث متساوی‌الساقینی یک زاویه‌ی  $60^\circ$  داشته باشد، متساوی‌الاضلاع است.

ب) هر مربع یک لوزی است.

ج) اگر در یک چهارضلعی دو ضلع روبه‌رو، هم موازی و هم مساوی باشند، در این صورت قطرهای آن، منصف یکدیگرند.

۳۵- با استفاده از استدلال استنتاجی، نتایج زیر را کامل کنید:

الف) مجموع زاویه‌های خارجی هر چهارضلعی  $360^\circ$  است. ABCD یک دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین است.

نتیجه:

ب) هیچ مثلثی دو زاویه‌ی منفرجه ندارد. ABC مثلث متساوی‌الساقین است.

نتیجه:

ج) لازمی موفقیت در کنکورهای سراسری دهه‌ی ۸۰، تسلط به تست‌های ترکیبی است. مهرداد در سال ۸۵ در کنکور سراسری شرکت کرده است.

نتیجه:

د) برای این که سیاستمدار موفق باشیم، ابتدا باید تحصیلات دانشگاهی آن را داشته باشیم. شیما می‌خواهد سیاستمدار موفق گردد.

نتیجه:

ه) اگر دو عدد صحیح، فرد باشند، مجموع آن‌ها زوج است.  $a + b$  فرد است.

نتیجه:

۳۶- مثال نقض نشان می‌دهد که

۳۷- درستی یک نتیجه‌گیری کلی با ..... اثبات می‌شود و نادرستی آن ..... نشان داده می‌شود.

۳۸- قضیه‌های زیر را به صورت شرطی بنویسید: سپس تعیین کنید عکس آن‌ها قضیه‌ی شرطی است یا نه؟ در صورتی که یک قضیه نباشد،

مثال نقض ارائه کنید:

الف) هر مربع یک لوزی است.

ب) خطی که وسط‌های دو ضلع مثلثی را به هم وصل کند، نصف ضلع روبه‌روی خود است.

ج) هر کس در پاریس زندگی کند، در فرانسه است.

د) هر دو مثلث هم‌نهشت، زاویه‌هایشان نظیربه‌نظیر مساوی است.

ه) مجموع زوایای داخلی هر چهارضلعی محدب  $360^\circ$  است.

و) هر دو زاویه‌ی قائمه مساوی‌اند.

ز) قطرهای لوزی بر هم عمودند.

۳۹- کدام موردها مثال نقض دارند؟ (هر کدام درست است، اثباتی برایش ارائه کنید.)

الف) اگر دو زاویه مکمل یکدیگر باشند، نیمسازهایشان بر هم عمود است.

ب) اگر مجموع دو زاویه  $136^\circ$  باشد، مجموع مکمل‌های آن‌ها  $224^\circ$  است.

ج) هر لوزی یک مربع است.

- (د) عمودمنصف یک ضلع مثلث، از رأس مثلث نمی‌گذرد.
- (ه) عمودمنصف یک ضلع و نیمساز داخلی نظیر همان رأس در هر مثلث، همدیگر را خارج مثلث قطع می‌کنند.
- (و) دو شکل هم‌مساحت، هم‌هشت‌اند.
- (ز) با کشیدن تمام قطرهای  $n$  ضلعی ( $n > 3$ )،  $n$  ناحیه ایجاد می‌شود.

۴۰- قضیه‌های زیر را به صورت دوشرطی بنویسید:

- (الف) در مثلث قائم‌الزاویه، میانه‌ی وارد بر وتر نصف وتر است.
- (ب) در مثلث متساوی‌الاضلاع، ارتفاع نظیر یک ضلع، میانه‌ی آن ضلع نیز است.
- حالا قضایای بالا را به صورت شرط لازم و کافی بیان کنید:

(الف)

(ب)

۴۱- کدام یک از جملات زیر درست است؟ برای نشان دادن نادرستی هر کدام که غلط است، مثال نقض ارائه کنید:

- (الف) حاصل ضرب دو عدد گنگ همواره عددی گنگ است.
- (ب) حاصل تقسیم دو عدد گنگ همواره عددی گنگ است.
- (ج) عدد گنگ به توان عدد گنگ، حتماً گنگ است.
- (د) محل تلاقی سه میانه، از رئوس مثلث به یک فاصله است.
- (ه) اگر در مثلثی یک ضلع نصف ضلع دیگری باشد، این ضلع روبه‌رو به زاویه‌ی  $30^\circ$  بوده و مثلث نیز قائم‌الزاویه است.

۴۲- کدام عبارت درست و کدام یک نادرست است؟ در صورت نادرست بودن یک مثال نقض ارائه کنید:

- (الف) اگر دو مستطیل، مساحت‌های مساوی داشته باشند، آن‌گاه با هم مساوی‌اند.
- (ب) اگر  $x$  عددی حقیقی باشد،  $x^2$  حتماً مثبت است.
- (ج) اگر  $n$  عددی طبیعی باشد،  $2^n + 3$  همواره عددی اول است.
- (د) اگر  $a$  عددی حقیقی باشد،  $a^2$  حتماً گویاست.
- (ه) هیچ عدد صحیحی مثل  $x$  وجود ندارد که به ازای آن  $\frac{1}{1+x^2}$  عددی طبیعی گردد.
- (و) اگر  $x$  عددی حقیقی باشد، همواره  $x^2 \leq x$ .
- (ز) اگر  $n$  عددی طبیعی باشد،  $n!$  همواره عددی مرکب است.
- (ح) اگر مثلثی دو زاویه‌ی کم‌تر از  $45^\circ$  داشته باشد، حتماً زاویه‌ی منفرجه دارد.
- (ط) هر زاویه‌ی خارجی در مثلث، از هر زاویه‌ی داخلی آن بزرگ‌تر است.
- (ی) زاویه‌های هر مثلث متساوی‌الساقین، حاده است.

۴۳- کامل کنید:

دوازده‌نقطه‌ی متساوی‌الساقین	لوزی	مربع	مستطیل	متوازی‌الاضلاع	چهارضلعی
					شکل حاصل از برخورد نیمسازهای داخلی

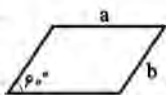
۴۴- ثابت کنید از برخورد نیمسازهای زوایای داخلی یک متوازی‌الاضلاع، مستطیل به وجود می‌آید.

۴۵- نیمسازهای مستطیل ABCD را رسم کرده‌ایم. دو رأس مقابل مربع حاصل، روی اضلاع مستطیل واقع شده‌اند. چه رابطه‌ای بین طول و عرض مستطیل وجود دارد؟



۴۶- مستطیلی به عرض  $\sqrt{8}$  و محیط  $10\sqrt{2}$  داده شده است. نیمسازهای زاویه‌های داخلی این مستطیل را رسم کرده‌ایم. اندازه‌ی ضلع مربع حاصل را به دست آورید.

۴۷- طول مستطیلی سه برابر عرض آن است. نیمسازهای داخلی این مستطیل را رسم کرده‌ایم و مربعی به قطر  $4\sqrt{2}$  حاصل شده است. مساحت مستطیل چه قدر است؟



۴۸- نیمساز زوایای داخلی متوازی‌الاضلاع مقابل را رسم کرده‌ایم. مساحت مستطیل حاصل را به دست آورید.

۴۹- اگر نیمساز زاویه‌های خارجی یک چهارضلعی محدب را رسم کرده و امتداد دهیم تا همدیگر را دوبه‌دو قطع کنند، ثابت کنید در چهارضلعی حاصل مجموع هر دو زاویه‌ی روبه‌رو  $180^\circ$  است.

۵۰- در مستطیل ABCD طول  $m$  برابر عرض است ( $m > 1$ ). اگر نسبت مساحت شکل حاصل از برخورد نیمسازهای داخلی مستطیل به مساحت مستطیل،  $1/6$  باشد، مقدار  $m$  را بیابید.

۵۱- ثابت کنید چهارضلعی حاصل از برخورد نیمسازهای زاویه‌های خارجی مستطیل، یک مربع به وجود می‌آورد. رابطه‌ی بین طول ضلع مربع را با طول و عرض مستطیل، به دست آورید.

۵۲- در مستطیلی که طول آن ۳ برابر عرضش می‌باشد، مساحت شکل حاصل از برخورد نیمسازهای داخلی  $50^\circ$  است. مطلوب است:

الف) مساحت مستطیل

ب) مساحت چهارضلعی حاصل از تلاقی نیمسازهای خارجی مستطیل

۵۳- مساحت شکل حاصل از برخورد نیمسازهای خارجی یک مستطیل  $\frac{9}{4}$  برابر مساحت مستطیل است. نسبت طول و عرض مستطیل چه قدر است؟

۵۴- محل هم‌رسمی عمودمنصف‌های مثلث قائم‌الزاویه، کجاست؟ چرا؟

۵۵- در مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$ ،  $(\hat{A} = 90^\circ)$ ، اگر  $AB = x + 1$  و  $AC = x$  و همچنین فاصله‌ی نقطه‌ی هم‌رسمی ارتفاع‌ها، از نقطه‌ی هم‌رسمی عمودمنصف‌های اضلاع،  $x - \frac{1}{4}$  باشد، مقدار  $x$  را بیابید.

۵۶- در مثلثی به اضلاع  $\frac{3}{4}$ ،  $2$  و  $\frac{5}{4}$  فاصله‌ی نقطه‌ی هم‌رسمی ارتفاع‌ها تا نقطه‌ی هم‌رسمی عمودمنصف‌ها چه قدر است؟

۵۷- ثابت کنید اگر محل تلاقی عمودمنصف‌های مثلثی، وسط یکی از اضلاع آن باشد، آن مثلث قائم‌الزاویه است.



۱۶ مهره‌ی سرباز را به صورت روبه‌رو در خانه‌های شطرنج چیده‌ایم:

یک اسب را در خانه‌ی مناسب طوری قرار دهید که در ۱۶ حرکت، تمام پیاده‌ها را بزند!

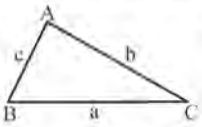




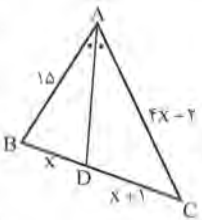
- ویژگی مهم نیمساز داخلی و خارجی در مثلث (صفحه ۱۳ و ۱۴)

۵۸- اندازه‌ی سه ضلع مثلثی  $AB=16$ ،  $AC=22$  و  $BC=19$  سانتی‌مترند. اندازه‌ی پاره‌خط‌هایی که نیمساز درونی زاویه‌ی  $\hat{A}$  بر ضلع مقابل آن پدید می‌آورد را تعیین کنید.  
(فرزاد ۸۸)

۵۹- در مثلث  $ABC$ ، به اضلاع  $BC=a$  و  $AC=b$ ،  $AB=c$  نیمسازِ نظیرِ  $\hat{A}$  را رسم کرده‌ایم. اندازه‌ی دو پاره‌خطی که این نیمساز روی ضلع  $BC$  جدا می‌کند، را برحسب اضلاع مثلث به دست آورید.



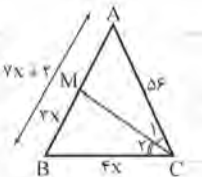
۶۰- در مثلث  $ABC$ ،  $BC=5$ ،  $AC=15$  و  $AB=18$  است. اگر  $CD$  نیمساز وارد بر ضلع  $AB$  باشد، اندازه‌های  $AD$  و  $DB$  را بیابید.



۶۱- در شکل رویه‌رو  $AD$  نیمساز زاویه‌ی  $A$  است. مقدار  $x$  را تعیین کنید.

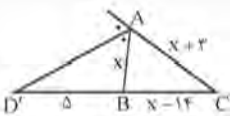
۶۲- در مثلث  $ABC$ ، میانه‌ی  $AM$  و نیمسازهای دو زاویه‌ی  $AMB$  و  $AMC$  را رسم می‌کنیم. این دو نیمساز اضلاع  $AB$  و  $AC$  را به ترتیب در  $P$  و  $Q$  قطع می‌کنند. ثابت کنید  $PQ \parallel BC$ .  
(فرزاد ۱۵)

۶۳- در مثلث  $ABC$ ، نیمساز نظیر  $A$ ، روی ضلع  $BC$  پاره‌خط‌هایی به طول ۶ و ۱۲ سانتی‌متر ایجاد کرده است. اگر محیط مثلث ۵۴ سانتی‌متر باشد، اندازه‌ی سه ضلع مثلث را بیابید.



۶۴- در شکل داده‌شده  $\hat{C}_1 = \hat{C}_2$  است. با توجه به اندازه‌های داده‌شده، مقدار  $x$  را بیابید.

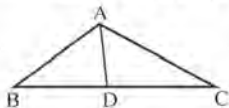
۶۵- در شکل داده‌شده،  $AD'$  نیمساز خارجی زاویه‌ی  $A$  است. با توجه به اندازه‌های داده‌شده، مقدار  $x$  را بیابید.



۶۶- در مثلث قائم‌الزاویه‌ی  $ABC$ ،  $\hat{A} = 90^\circ$  و  $AB=6$  و  $AC=8$  می‌باشد. اگر  $AM$  میانه و  $AD$  نیمساز  $\hat{MAC}$  باشند، حاصل  $\frac{DM}{DC}$  چه قدر است؟

۶۷- در مثلث متساوی الساقین  $ABC$ ، زاویه‌ی رأس، کوچک‌تر از دو زاویه‌ی مجاور قاعده است. اگر نیمساز زاویه‌ی مجاور قاعده، ساق را به نسبت ۲ به ۵ تقسیم کند و محیط مثلث ۱۸ باشد. طول ساق‌ها و قاعده را بیابید.

۶۸- در شکل مقابل پاره‌خط  $AD$  در مثلث  $ABC$  به گونه‌ای رسم شده است که  $\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$ . ثابت کنید  $AD$  نیمساز زاویه‌ی  $A$  است.

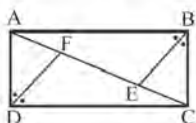


سعی کنید دو راه پیدا کنید: برهان خلف و مستقیم!

۶۹- سه ضلع مثلث  $ABC$  با اعداد ۲، ۳ و ۴ متناسب‌اند. اگر محیط این مثلث ۴۵ باشد و  $BE$  نیمساز نظیر کوچک‌ترین ضلع مثلث باشد، اندازه‌ی دو پاره‌خطی که این نیمساز روی ضلع مقابل خود ایجاد می‌کند، را بیابید.

۷۰- در مثلث  $ABC$ ، نیمساز نظیر  $A$ ، ضلع  $BC$  را به دو پاره‌خط به طول‌های ۳ و ۶ تقسیم می‌کند. اگر بین ۳ ضلع این مثلث رابطه‌ی  $a^2 = b^2 + c^2 + 1$  برقرار باشد، محیط مثلث  $ABC$  را به دست آورید.

۷۱- در مستطیل  $ABCD$  با طول و عرض ۵ و ۱۲، نیمساز زوایای  $B$  و  $C$  را رسم می‌کنیم تا قطر  $AC$  را در  $E$  و  $F$  قطع کنند. اندازه‌ی  $EF$  کدام



است؟

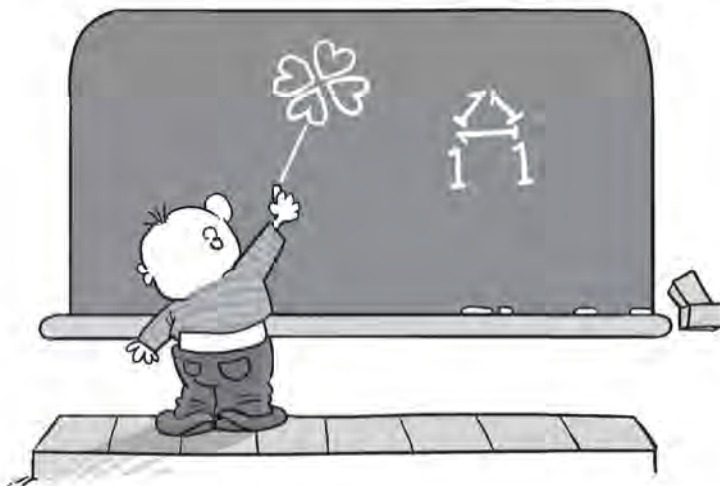
می‌خواهیم عدد ۱۰۰ را با استفاده از ۵ تا رقم ۵ بسازیم، مثل:

$$100 = (5 \times 5 \times 5) - (5 \times 5)$$

$$100 = (5 + 5 + 5 + 5) \times 5$$

شما یک روش دیگر پیدا کنید.

راستی حالا عدد ۱۰۰ را با کمک ۵ رقم ۱ بسازید.



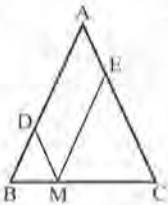
- ویژگی‌های مثلث‌های متساوی‌الساقین و متساوی‌الاضلاع

(نقطه‌ی دلخواه و مجموع‌های ثابت) (صفحه‌ی ۲۱ و ۲۲)

۷۲- نقطه‌ی  $M$  وسط قاعده‌ی  $BC$  از مثلث متساوی‌الساقین  $ABC$  قرار دارد. از نقطه‌ی  $M$  دو خط به موازات ساق‌های  $AB$  و  $AC$  رسم کرده‌ایم. اگر محیط چهارضلعی حاصل  $40$  باشد، طول ساق مثلث را بیابید.

۷۳- از نقطه‌ای روی قاعده‌ی مثلث متساوی‌الساقینی به ساق  $m+4$ ، دو خط به موازات ساق‌های آن رسم کرده‌ایم. متوازی‌الاضلاعی به محیط  $6m$  حاصل شده است. مقدار  $m$  کدام است؟

۷۴- در شکل داده‌شده،  $AB = AC$ ،  $ME \parallel AB$  و  $MD \parallel AC$  و محیط چهارضلعی  $MDAE$  برابر  $16$  و محیط مثلث  $ABC$  نیز برابر  $20$  است. مجموع فواصل نقطه‌ی  $M$  از دو ساق  $AB$  و  $AC$  را به دست آورید.



۷۵- در مثلث متساوی‌الساقین  $ABC$  ( $AB = AC$ ) ارتفاع  $AH$  برابر  $8$  و مساحت مثلث  $48$  است. اگر  $D$  نقطه‌ای دلخواه روی  $BC$  باشد، مجموع فاصله‌های نقطه‌ی  $D$  تا دو ساق  $AB$  و  $AC$  را به دست آورید.

۷۶- در مثلث  $ABC$ ،  $AB = BC = 5$  و  $AC = 6$  است. اگر  $M$  نقطه‌ی دلخواه بر امتداد ضلع  $AC$  باشد، تفاضل فاصله‌های نقطه‌ی  $M$  از دو ضلع  $AB$  و  $BC$  را بیابید.

۷۷- در مثلث متساوی‌الساقین  $ABC$ ، قاعده برابر  $20$  و مجموع فواصل نقطه‌ی  $M$  روی قاعده‌ی مثلث از دو ساق آن برابر  $12$  است. اگر زاویه‌ی رأس این مثلث را  $A$  بنامیم.  $\sin \hat{A}$  کدام است؟

۷۸- نقطه‌ی  $D$  روی قاعده‌ی  $BC$  از مثلث متساوی‌الساقین  $ABC$  چنان قرار دارد که فاصله‌ی آن تا ساق  $AB$ ،  $9$  برابر فاصله‌ی آن از ساق  $AC$  است. اگر طول ساق مثلث  $13$  و قاعده‌اش  $10$  باشد، فاصله‌ی نقطه‌ی  $D$  از هر ساق چه قدر است؟

۷۹- مثلث  $ABC$  قائم‌الزاویه و متساوی‌الساقین است ( $\hat{A} = 90^\circ$ ). نقطه‌ی  $N$  بر امتداد  $BC$  قرار دارد. اندازه‌ی عمودهایی که از  $N$  بر اضلاع زاویه‌ی قائمه رسم شده‌اند،  $m+1$  و  $2m+1$  می‌باشد. اگر مساحت مثلث  $ABC$  برابر  $m$  باشد، طول نیمساز نظیر وتر را بیابید.